

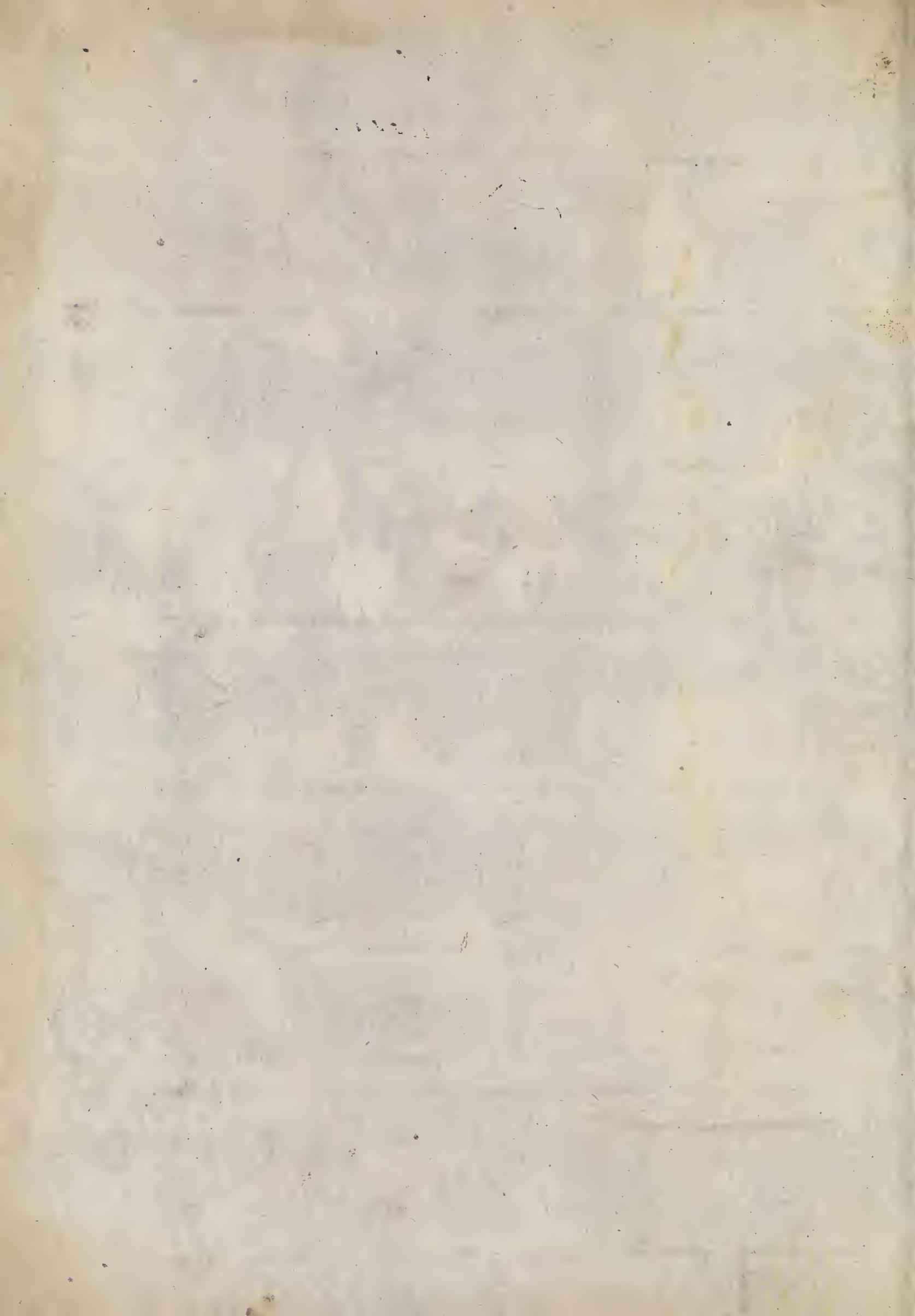


BURNDY
LIBRARY

Chartered in 1941

GIFT OF
BERN DIBNER

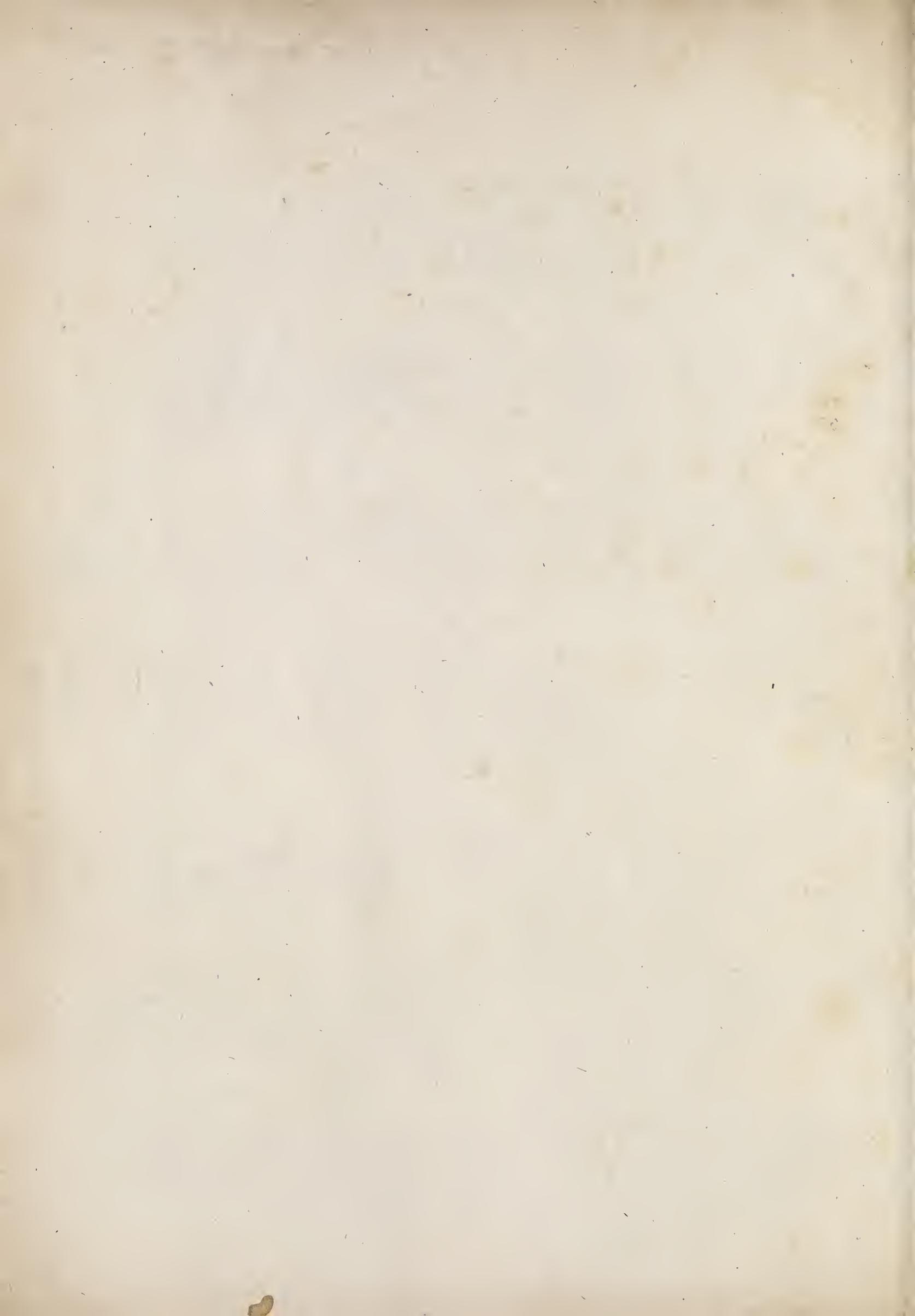


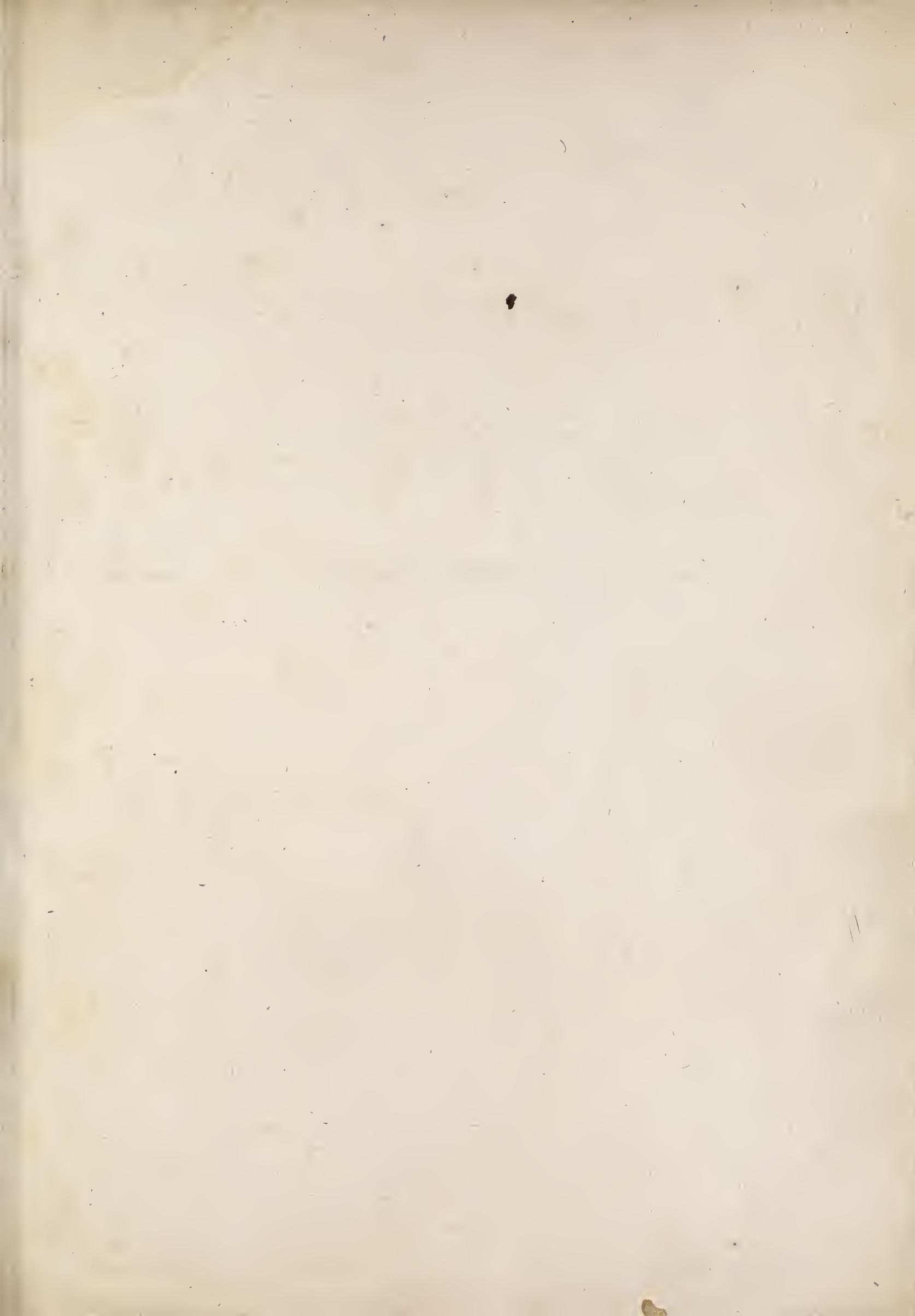


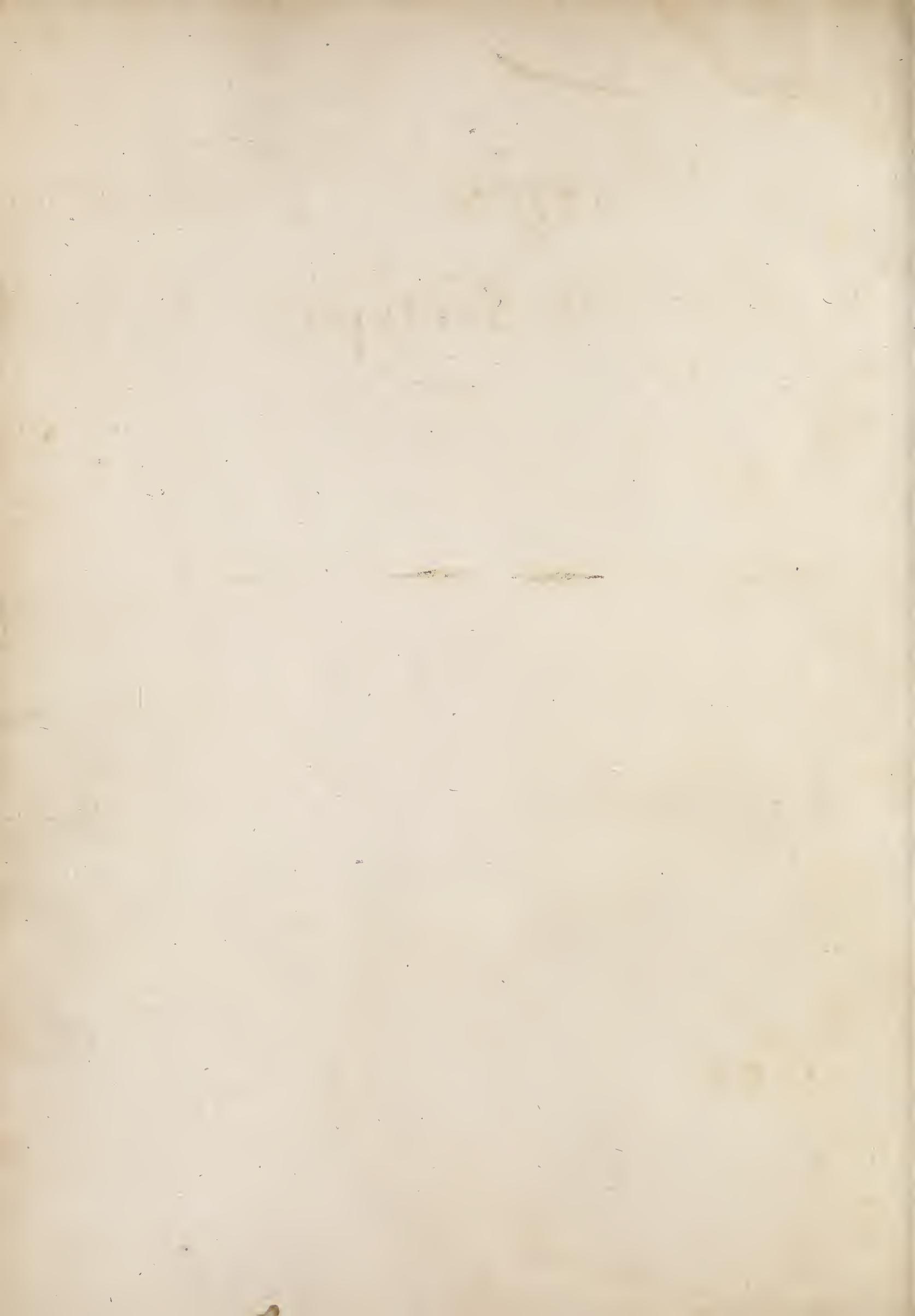
Pe. l'vra en fols

Novau

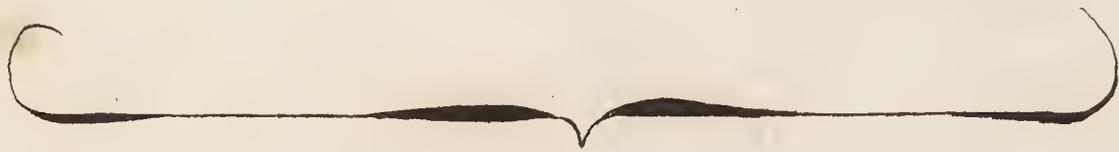


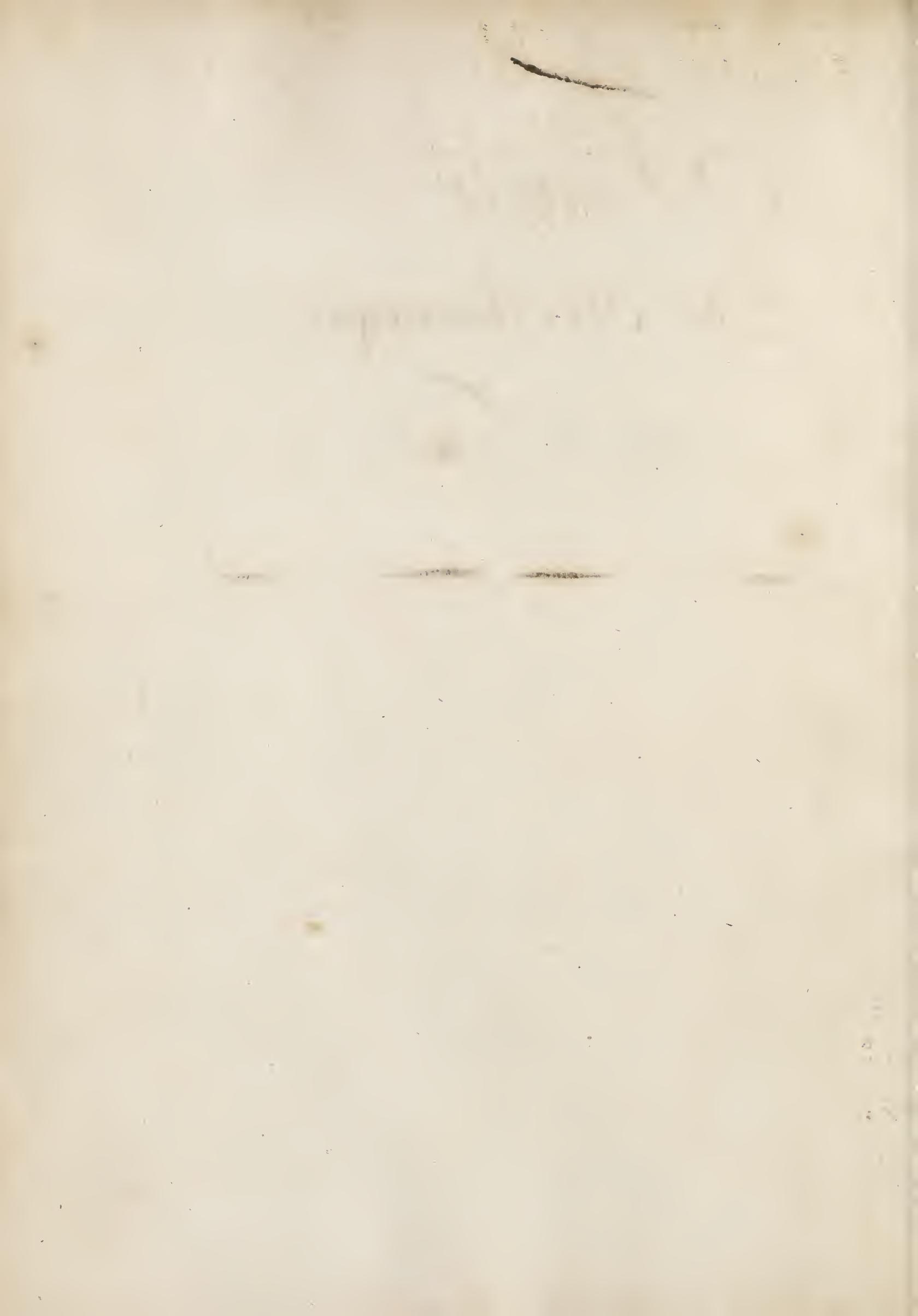






Traité
de Méchanique
de M. Guirée





Traité de Mécanique

de M. Guinée

Définitions

- 1.^o La Mécanique est une science qui considère les rapports qui se rencontrent entre les forces ou puissances qui agissent pour mouvoir des corps, les masses ou pesanteurs de ces mêmes " et les corps " avec lesquelles ils seroient mis, s'il ne se trouvoit vitesses par d'obstacles qui les empêchassent d'être mis, et tout considéré dans l'état de l'équilibre et par le moyen des machines.
- 2.^o L'Équilibre en général est l'action de deux ou plusieurs forces qui agissent les unes contre les autres en sens contraire de manière que tout demeure en repos.

Corollaire 1.^o

- 3.^o De là il suit 1.^o que deux forces qui agissent l'une contre l'autre en sens contraire et diamétralement opposées sont toujours égales dans l'état de l'Équilibre.
- 2.^o que si plusieurs forces agissent contre plusieurs autres en sens contraire l'effet de chacune est nécessairement égal à l'effet de l'autre dans l'état de l'équilibre.

On donnera dans la suite une définition de l'Équilibre dans les machines qui en explique parfaitement bien la nature et qui contribue beaucoup à rendre la mécanique simple et facile. on prendra dans la suite le mot de force et de puissance indifféremment l'un pour l'autre.

- 4.^o Force mouvante ou puissance est une cause qui met ou qui tend à faire mouvoir un corps.
- 5.^o Poids est l'effet que la pesanteur fait contre un corps pour l'approcher du centre de la terre qu'on appelle ainsi le centre des graveurs.

6.^o La ligne de direction d'une puissance est celle que cette
puiss.^{ce} fait parcourir à un corps ou tend à lui faire parcourir,
vers quelque partie du monde quelle le pousse.

7.^o La Direction des poids est la ligne que l'apèsanteur de
corps leur fait parcourir en tombant vers le centre de la terre

Cor. 2.^o

8.^o Il suit de ces deux art. 6 et 7. qu'on peut toujours mettre
une puissance en la place d'un poids, et qu'au contraire on ne
peut pas toujours mettre un poids à la place d'une puissance.
Sans le secours de quelque machine qui en une poulie
comme on verra dans la suite.

9.^o Machine est un instrument qui sert à faciliter le mouvement
d'un corps.

Il y a cinq sortes de machines simples, le levier; la
poulie; le tour qui contient la roue, le treuil, le windart,
Le cabestan, la Tariere, le Nilbarqum et tous les instrum.
que l'on tourne avec des roues levier bracs ou manivelle;
le plan incliné; le coin, auxquelles machines on peut
ajouter pour sixième les poids suspendus par des cordes
et soutenus par des puissances appliquées à quelques
points de ces cordes; on expliquera les machines
chacune en son lieu.

Il y a une infinité de machines composées de
précédentes ou de la même machine simple ou plusieurs
fois répétée comme les poulies mouflées, les horloges,
les roues dentées &c. ou de deux ou plusieurs machines
simples différentes comme la machine ordinaire qui est
composée d'un plan incliné ou du levier. &c.

10 Le centre de gravité ou de pesanteur d'un Corps est un
point par où ce corps étant suspendu demeure en repos
dans toutes les situations où on peut le mettre, ou l'on

remarque que plusieurs corps enfilés dans une ou plus^{rs} verges inflexibles qui se tiennent ensemble sont regardés comme un seul corps, et on peut conséquemment un seul centre de gravité commun.

Suppositions.

11. On suppose, 1^o, que les pesanteurs de toutes les parcelles de matière qui composent un corps sont toutes réunies dans le centre de pesanteur de ce corps, en effet pour empêcher un corps de se mouvoir il n'y a qu'à mettre un obstacle dans la ligne que décrit son centre de pesanteur, 2^o on suppose que la direction des poids sont parallèles quoique concourantes au centre de la terre

Cor. 3

12. D'où il suit qu'on peut regarder les corps comme des points pesants

Axiome 1.

13. Les poids et les puissances agissent égal. dans tous les points de leur ligne de direction. Car il faut en clair qu'il faut autant de force pour soutenir un poids suspendu par une corde soit que la main soit appliquée à cette corde près ou loin de ce même corps, la corde étant supposée sans pesanteur, et supposant aussi que le poids suspendu ne s'approche ni ne s'éloigne du centre de la terre (Car on démontre qu'un corps pèse plus lorsqu'il est plus éloigné du centre de la terre que lorsqu'il est plus proche) ainsi par exemple, une corde attachée à quelque point fixe et tirée par une puissance, cassera si il y a quelqu'un de ses points qui ne puisse pas soutenir l'effort de cette puissance, cassera dis-je en ce point.

Axiome 2^e.

14. Les Effets sont proportionels à leurs causes; en effet deux

produit nécessairement le double de ce que produit un.

Cor. A.

15. De là il suit que les espaces parcourus par un même corps ou par des corps égaux en même temps ou en temps égaux sont entre eux, comme les forces mouv^{tes}. et réciproq. si les espaces sont entre eux comme les forces mouvantes, ces espaces sont parcourus par un même corps, ou par des corps égaux en même temps ou en temps égaux.

Ce A. corollaire est démontré dans les mouv. uniformes. on reçoit aussi p. axiome, que l'action est égale à la réaction. En effet l'action d'une force contre un corps est égale à l'action de ce corps contre la force qui pousse, et un cheval est tiré par un carrosse autant qu'il tire le carrosse.

AVERTISSEMENT

16. Comme toutes les quantités que les mathém. ont pour objet, ont entre elles certains rapports, et que ces mêmes rapports se peuvent trouver entre des lignes droites il est clair qu'on les peut toutes exprimer par des lignes droites et par ce que les lettres de l'alphabet ne signifient rien d'elles mêmes, on peut aussi très commodément s'en servir pour exprimer toutes les quantités que les mathématiques ont pour objet, c'est pour quoi dans la suite les forces mouv^{tes} seront indif.^{tes} exprimées par des lignes ou par des lettres.

Lemme 1.

17. Deux forces $a c$, $b c$, agissant ensemble et selon les directions différentes $c e$, $c f$, sont parcourues à un corps c la diagonale $c d$, d'un parallélogramme $c e f d$. dans le même temps que chacune d'elles agissant

Figure 1^{ere}

3

Separément lui ferois parcourir le costé qui se trouve
suo sa direction, c'est à dire que pendant que $a c$ —
agissant seul lui, ferois parcourir $c e$, ou que $b c$, agis-
aussi seul lui ferois parcourir $c f$.

Démonstration

Quoi que les forces $a c$ et $b c$ agissent ensemble, la force
 $a c$, agit ^{seul} selon la direction $c e$ parallèle à $S d$. —
n'approche ni n'éloigne le corps C , de la ligne $f d$.
C'est pourquoy son action ne diminue rien de l'action de
la force $b c$, et partant le corps C , arrivera en quelque
point de la ligne $f d$, dans le même temps qu'il arriveroit
enf, par l'action de la force $b c$, Si la force $a c$, ne le
détournoit à chaque instant vers $e d$, selon les directions
toujours parallèles à $c e$ ou à $S d$, de même la force $b c$
agissant selon la direction $b f$, parall. à $e d$, n'approche
ni n'éloigne le corps C , de la ligne $e d$, C'est pourquoy
son action ne diminue rien de la force $a c$, et partant
le corps C , arrivera en quelque point de la ligne $c d$,
dans le temps qu'il arriveroit en e , sans l'action de la
force $b c$, Si l'action de la force $b c$, ne le détournoit pas
à chaque instant vers $f d$, selon les directions toujours
parallèles à $e d$, ou à $c f$, mais les forces $a c$, et $b c$,
agissant séparément, pousseroient le corps C , en E et
en f , en même temps comme on les suppose les deux forces
agissant ensemble le doivent donc pousser dans le même
temps dans les deux figures $c d$, $f d$, et par conséquent
dans le point d'intersection d , qui est un des points de la
diagonale $c d$, et parce que quoique le point d , s'éloigne
ou s'approche du point C , les lignes $c d$, $f d$, demureront
toujours parallèles à elles mêmes et gardant toujours
entr'elles le même rapport. le même point d , se trouvera

toujours dans la diagonale cd qu'il aura par conséquent parcouru Cg . f . D .

autre Demonstration

Si l'on suppose le corps C dans un canal ce considéré sans pesanteur, il est clair que si l'on transporte le canal, (le corps C étant dedans) de ce en fd , en demeurant toujours parallèle à lui-même, dans le même temps que la force bc , fera parcourir au corps C , seul, l'aligne cf , la force ac , agissant contre le corps au 1.^{er} instant du mouvement du canal lui fera parcourir dans le canal une espace égale à ce quelle lui ferait parcourir dans le canal, si elle agissait seule, C'est pourquoi fd , étant égal à ce le canal arrivant en fd le corps C arrivera en d , qui est un des points de la diagonale cd , il aura donc parcouru par l'effet du mouvement du canal et de la force ac la diagonale cd , or c'est la même chose que l'on porte le canal de ce en fd ou qu'il y soit poussé par la force bc , dans le même temps Cg . f . D .

Cor. 1.^{er}

18. Il est clair que puisque les forces ac et bc sont capables de faire parcourir en même temps ou en temps égaux les espaces ce , cf , l'on aura toujours (n.^o 15) ac , $bc :: ce$ cf .

Cor. 2.^{er}

19. ^{de la} Il est évident que si l'on achève le parall. ac bg . la diagonale cd prolongée du côté de C , passera par l'angle g . le triangle acd , ca g , est semblable à cause de ac ; bc , ou $ga :: ce$ cf ou ed .

Cor. 3

20. Soit l'on voit que la diagonale gc exprime la force

qui agissant seule fera parcourir au Corps la diagonale cd
 dans le même temps que les forces $a c$ et $b c$ lui feroient
 parcourir $c E$ et $c f$. puisque cause de triangles semblables
 les forces $a c$, $b c$, $g c$ sont proportionnelles aux espaces $c E$, $c f$
 $c d$, c'est pourquoy (art. 15.) les 3. forces $a c$, $b c$, $g c$ agissant
 séparément doivent faire parcourir au corps c les trois $c E$, $c f$, $c d$ en
 même temps ou en temps égaux. // espaces

Cor. 4

21. D'où il est manifeste que la force $g c$ est capable de produire seule
 le même effet ou un effet égal à l'effet que les deux forces $a c$ et $b c$
 agissant ensemble sont capables de produire et qu'on peut toujours
 substituer une force en la place de deux autres qui produira le même effet.

Cor. 5.

22. Il suit aussi (art. 20 et 21.) qu'ayant pris sur la diagonale cd
 une partie $c h$ égale à cg . que la force exprimée par $h c$
 agissant de c en g . selon la direction cg . est capable
 d'empêcher l'effet de la force $g c$ agissant en un même temps
 de c vers d . et par conséquent aussi l'effet des forces $a c$, $b c$,
 agissant ensemble selon les directions $a c$, $c f$ et par conséq.
 le corps c demeurera dans un parfait repos, lorsque les 3
 forces $a c$, $b c$, et $h c$ agiront en un même temps et
 formeront par conséquent un parfait équilibre. On tire
 de ce Corollaire la définition de l'équilibre dont nous avons
 parlé (art. 22) qui explique parfaitement la nature de
 l'équilibre dans les machines, car on démontrera dans
 la suite que dans l'état de l'équilibre dans les machines
 il y a toujours 2 forces comme $a c$, et $b c$, qui agissent
 en même temps contre un corps ou un point c . pour le
 mouvoir selon quelque direction cd , pendant qu'une 3. force
 s'oppose à l'effet des deux autres, de manière que le corps ou
 le point c demeure en repos ce qu'on appelle équilibre.

// comme $h c$ agissant selon une direction diamétralement opposée

Définition de l'Équilibre

Deo rappori rux Machinca

23.

L'Équilibre est l'arésistance d'une puissance au concours d'action de deux autres et en empêche l'effet.

Nil y avoit plus de trois puissances agissantes qui agissent selon des directions différentes contre un corps ou un point, de manière qu'il demeurat en repos ou en équilibre par le moyen d'une résistance, il faudroit toutes les réduire à deux en les réduisant deux à deux à une seule par les art. 19. 20. et 21, et par conséquent notre définition de l'équilibre subsisteroit toujours.

24.

Dans l'équilibre les deux puissances dont le concours d'action tend à mouvoir un corps ou un point selon une certaine direction, seroit dans la suite nommée ^{rés} agissantes, et celle qui leur résiste en empêchant leur effet, et tenant le corps ou le point poussé en repos sera nommée résistance.

Cor. 6

25.

Il suit des art. 20, 21, et 22. que les trois puissances qui font l'Équilibre sont proportionnelles aux trois côtés du parallélogramme fait de leurs directions (ou prendra la diagonale pour un des côtés) car dans l'équilibre la puissance résistante est capable de produire le même effet que les deux agissantes, c'en advient de faire parcourir la diagonale d'un parallélog. dans le même temps que les deux agissantes la feroient parcourir agissantes. et que chacune d'elles seroient parcourir le côté qui lui répond, et (art. 15) les espaces parcourus sont proportionnels aux forces mouvantes

Cor. 7.

26

L'endroit par tout ce qui précède que la diag. du parallélog. dont les trois côtés sont proport. aux trois forces qui font équilibre, doit toujours être selon la ligne de direction de la

puissance résistante et les deux autres cotes sur celles des 2 puissances agiss^{tes}

Corol. 8

27. Il suit de l'art. 25. que dans l'état d'équilibre on peut toujours former 3. analogies: Car il s'y en rencontre toujours trois rapports égaux qui sont ceux qui se rencontrent entre les 3 puiss^{ces} ac , bc , hc , et les trois cotes cE , cf , cd , du parallélog. cE & f , fait sur la même direction, ainsi on a toujours

$$1 \quad ac, bc :: cE, cf, \text{ ou } cD$$

$$2 \quad ac, hc :: cE, cd,$$

$$3 \quad bc, hc :: cf, cd,$$

Et par ce que les cotes du triangle sont proportionnelles aux sinus des angles opposés l'on a les trois suivantes

$$4 \quad cE, cD :: \text{sinus de l'ang. } cdE \text{ ou } dcf. \text{ sin. de l'ang } d c E,$$

$$5 \quad cE, cd :: \text{sinus de l'ang. } c d E \text{ ou } d c f. \text{ sin. de l'ang } d c c \text{ ou } f c E,$$

$$6 \quad cf, cd :: \text{sinus de l'ang } c d f \text{ ou } c c d. \text{ sin. de l'ang } c f d. \text{ ou } f c E$$

Et par conséquent

$$7. \quad ac, bc :: \text{sinus de l'ang. } cdE \text{ ou } d c f \text{ sinus } D c E.$$

$$8. \quad ac, hc :: \text{sinus de l'ang. } cdE \text{ ou } d c f \text{ sinus } D c c \text{ ou } f c E$$

$$9. \quad bc, hc :: \text{sinus de l'ang } c d f \text{ ou } c c d. \text{ sinus } c f d. \text{ ou } f c E.$$

Corol. 9

28. Il est clair que les trois puiss^{ces} ac , bc et hc , qui font l'équilibre sont toujours dans un même plan, puisque les deux parallélog. ab , fE , sont dans un même plan, en effet si le parallélog. ab , n'est pas dans le plan du parallélog. fE , la direction de la force gc , qui (art. 21.) est capable de produire le même effet que les deux puiss^{ces} ac , bc , ferait un angle avec la direction de la puiss^{ce} hc , et par conséquent ces puiss^{ces} feraient parcourir au corps C , la diagonale de quelq. parallélog. et ainsi, il n'y aurait pas d'équilibre, ce qui est contre l'hypothèse.

29

Il en est encore évident que les directions de deux puiss. ^{ces} agiss. ac , bc , et celle de la résistante hc , concourent toujours dans un même point C , l'équilibre, étant supposé où sont toutes 3 parallèles ou confondues avec la direction de la puissance résistante hc , car autrement il n'y aurait pas d'équil. puisqu'art. 22. les 3 puiss. qui font équil. doivent agir contre le seul point C . ce corol. s'entendra mieux dans la suite

Corol. 11.

30

Enfin il est manifeste que les deux puiss. agissantes ac , bc . sous prises ensemble toujours plus grande que la résistante hc , égale à cg , lorsque leurs directions font un angle fini acb , et qu'elle lui devient égale lorsque l'angle acb est infiniment égal, c'est à dire, lorsque les trois directions sont parallèles, car plus l'angle acb , est petit, plus les lignes ac , bc , ou ac , ga , approchent de l'égalité avec gc , ou avec son égale hc , or c'est l'angle acb , pouvant être diagonale d'une infinité de parallélog. il suit qu'on peut substituer une infinité de forces qui prises deux à deux feront équilibre avec la même force hc , c'en ce qu'on va expliquer dans le problème qui suit

Problème

Substituer deux forces en la place d'une seule.

31

Ce Probl. renferme deux cas 1. ou la direction de 2 forces qu'on veut substituer à la place d'une seule sont données 2. ou les grandeurs de 2. mêmes forces doivent être données et dans le 2.^e cas elles ne doivent être moindres étant prises ensemble que celles en la place de laquelle on les veut substituer

Solution du 1.^{er} cas

Figure 2.^e Soit la force de gc , capable de faire parcourir à un corps C , la ligne cd , dans un certain temps en la place de laquelle il faut substituer deux forces qui agissent ensemble et on des // peu varier à l'infini ou ce qui est la même chose la diagonale //

directions données $C E, c f$, soit capables de faire parcourir au corps la même ligne $c d$, dans le même temps à un prolongé $c E$, et $c f$. du côté de C . soit achevé le parallélog. $a c$ et $b c$. feront parcourir $c d$. dans le même temps que la force exprimée par $g c$ la feront parcourir.

Démonstration

ayant achevé le parallélog. $E f$, tous les triangles de la figure seront sembl. c'en pourquoy $g c a c :: c d, c E$, et $g c, b c :: c d, c f$, mais $g c$, (hyp) est capable de faire parcourir $c d$. dans un certain temps, donc (art. 15) $a c$, fera parcourir $c E$ et $b c$, $c f$, dans le même temps agissant séparément et par conséquent. (art. 17) $a c$ et $b c$ agissant ensemble feront aussi parcourir $c d$. dans le même temps $c. g. f. D$.

Solution du 2.º cas

Soit la force exprimée par $g c$, capable de faire parcourir à un corps C , la ligne $c d$, dans un certain temps en la place de laquelle il en faut substituer deux autres exprimées par 2 lignes données qui ne sont pas prises ensemble moindre que $g c$, ayant décrit sur $g c$, le triangle $g b c$, dont les côtés $g. b, b c$, soient égaux aux deux lignes qui expriment les forces données soit achevé le parallélograme $b a$ jadis que les forces $a c, b c$, sont capables de faire parcourir à un corps C la ligne $c d$, dans le même temps que la force $g c$, la feront parcourir

Démonstration

Elle est la même que la précédente ayant prolongé les lignes $a c, b c$, et achevé le parallélog. $E f$, tous les triangles de la fig. seront semblables.

Corol.

De là il suit que quoique la somme des 2 puiss. ^{ces} $a c, b c$, soient plus grande que la resist. ^{tes} $h c$, ou son égale.

33. *Fig. 3.* $g c$, lorsque les directions $a c$, $b f$, sont un angle $a c b$, ou $E c f$, d'une grandeur finie, il y a toujours en son équilibre une égalité de forces qui agissent selon des Directions diametralement opposées, car, si des points a et b . l'on mène sur $g c$, les perpendicul^{res} $a m$, $b i$ et quel'on achève les parallél^{es} $m k$, il; les forces exprimées par $m c$, et $k c$, feront (art. 31) le même effet que la force exprimée par $a c$ et les forces exprimées par $i c$ et $l c$, le même que la force exprimée par $b c$, or les forces $k c$ et $l c$ étant perpendicul^{es} à $g c d$, n'éloignent ni n'approchent le corps C du point d . et étant égales leur action consiste à retenir toujours le corps C dans la direction $c d$. il n'y a donc que les seules forces $m c$, et $i c$, qui agissent selon $c d$, mais à cause des triangles égaux à $m g c$ et $b i c$, $g m$ est égal à $i c$, et par conséq. $m c$, et $i c$ ensemble sont égales, à $g c$ ou $h c$ (et pour quoi dans toute équilibre il y a égalité de force qui agissent selon des directions diametralement opposées).

Remarques

33. Jusqu'à présent nous avons considéré 2 parallélog^{es} dans l'équilibre, le parallél^{es} $a b$, quel'on pourroit appeller le parallél^{es} des forces et le parallélog^{es} $E f$. quel'on pourroit appeller le paral^{es} des espaces parcourus, mais dans la suite on n'y introduira que le seul paral^{es} des espaces parcourus, attendu qu'estant semblables, ils ont leurs cotés proportionels, et l'on nommera par des lettres de l'alphabet les forces exprimées par $a c$, $b c$ et $k c$, qui agissent contre le corps ou le point C le tiendront en repos et en équilibre.

34. On observera aussi que c'est la même chose que le poids C soit poussé selon $c d$. par les deux forces, $a c$, $b c$, agiss^{ant}

7

selon les directions cE, cF , ou qu'il y soit attiré par les forces appliquées à quelque point que ce soit des mêmes directions cE, cF .

Lemme 2^e.

L'Équilibre dans les machines se fait proprement de la même manière que nous l'avons expliqué à l'art. 32

Démonstration

A. Soit ab , une ligne ou une verge inflexe et sans pesanteur et 3 puiss. p, q, r , appliquées à 3. de ces points a, b, d , deux desq. p, q . tirent ces poids a et b , selon les directions à E, bF , et la trois. r pousse le point d , selon une direction et dans un sens contraire de manière que tout demeure en repos et en équilibre, or il est clair que si la ligne inflexe ab devenoit un triangle abc solide et sans pesanteur, dont les cotés ac, bc fussent les prolongemens des directions des puiss. p et q . tout demeureroit dans le même état.

Il n'est pas moins évident (art. 13) que si dans cette supposition les deux puiss. p et q . au lieu d'être appliq. au point a et b . étoient appliquées à d'autres points pris dans les lignes ac et bc ou bien toutes deux au point C , tout demeureroit encore dans le même état, on peut donc regarder les deux puissances p , et q , comme tirant le point C en bas, et comme si l'étoit poussé par 2 puiss. selon les directions ca, cb ,

Il est encore manifeste (art. 29) que la direction de la puissance r doit passer au point C , puisque c'en est le point C que les puiss. p , et q . agissent, de sorte que si la puissance r étoit appliquée au point C , tout demeureroit dans le même état c'est à dire en équilibre. Voilà donc le point C en repos ou en équilibre par le moyen de deux puiss. agiss. p et q .

qui tendent à le mouvoir de C vers D, et d'une resist.^{ce} r
qui empesche le mouvement du point C. ce qui revient
précisément à ce que nous avons dit à l'art. 32.

C'est la même chose dans toutes les autres machines,
puisq. les 3. puiss.^{ces} qui sont en équilibre y sont appliquées
en trois différents points.

Lemme 3

36.

1.^o une puiss.^{ce} r, qui agit contre quelque point C, d'un
plan ou d'une ligne inflexe à b, selon une direction
oblique d c, n'a point un si grand effet que si elle
agissoit perpend. contre le plan ou contre cette ligne.

Fig 5.

2.^o L'effort de la puiss.^{ce} r contre un plan ou une lig. g h.
perpend. à sa direction d c, qu'on appelle effort absolu
est à l'effort de la même puiss.^{ce} r, contre le plan ou sa
ligne à b, oblique à sa direction, qu'on appelle effort
relatif, comme le sinus total ou sinus de l'angle d'incidence

Démonstration du 1.^{er} cas

De quelque point D, pris sur la direction de la puiss.^{ce} p. soit
mené d f, perpend. sur a b. soit achevé le parall. f c, et
nommé q, la force capable de faire parcourir au point d,
la ligne d f dans le même temps que r lui ferroit parcourir
d c et q, la force capable de luy faire parcourir d c. dans
le même temps.

Il est clair (art. 31) que les forces p et q, sont capables de
produire le même effet que la force r, mais q. ayant sa
direction paral. à a b, n'agit point contre a b, c'est donc la
seule puiss.^{ce} p, qui agit contre la même a b, et ainsi l'effort
de r, contre a b, est égal à l'effort p. contre la même a b.
mais d f. est moindre que d. c, c'est pourquoy r n'agit pas
contre a b de toute sa force, puisque la force r et p. sont
entre elles (art. 20) comme d c à d f ce qui est fait. partie.

or prenant d c , pour le sinus total d f sera le sinus de l'angle d'incidence d c f , donc v en ap ; comme sinus total d c au sinus de l'angle d'incid. mais d c exprime l'effort absolu de r contre gh et d f l'effort de r contre ab , donc v est l'avertissement.

7. Lorsqu'on se propose de démontrer les propriétés de l'équilibre dans les machines, il faut supposer d'abord qu'il y a des direct.^{es} ou des puiss.^{es} qui le causent concurremment toutes les trois en un point comme on l'a expliqué en l'art. 35. qui est le cas général, d'où l'on descend facilement au cas particulier de trois directions parall. on n'a point icy d'égard au frottement qui se fait dans les machines, ni à plusieurs autres circonstances comme son poids ou sa pesanteur. enfin on formera toujours le parallélogr. de manière que la diagonale soit connue, on a déjà dit sur la direction de la puiss.^{es} résistante qui se trouve toujours entre les deux agissantes.

Démonstration Générale

Des propriétés de l'équilibre dans toutes les Machines

38. On suppose qu'il y a l'équilibre, il y a donc (art. 23) une puiss.^{es} qui résiste au concours d'action de deux autres et les 3 puissances sont art. 25. proportionnelles aux trois côtés parall. qui font sur leurs directions.

On fait ensuite l'analogie de deux puiss.^{es} que l'on compare, car on ne peut comparer que deux à la fois avec les 2 côtés de parall. qui sont sur leurs directions, voilà tout ce que l'on tire des principes précédents, c'est la géométrie qui achève et qui nous conduit au but prescrite par l'analogie particulière de chaque machine, comme l'on verra dans toutes les propositions suivantes.

Dulévier

Définition

Le levier est une verge inflexible considérée sans pesanteur à trois points, de laquelle il y a trois puiss.^{es} appliquées deux desquelles qui sont les agissantes, agissent d'un certain sens et dont la direction et les trois points sont dans un même plan, et la troisième qui est la résist. qui agit dans un sens diamétralement opposé en toujours entre les deux autres et sa direction est toujours (art. 28.) dans le plan de ces deux autres directions

Proposition 1.^{re}

Analogie Dulévier

Les deux puissances quel'on compare sont en raison reciproque des perpend. qui tombent du point d'appui sur leurs lignes de direction, ou ce qui est la même chose en raison reciproque des distances du point d'appui à leur ligne de direction, cette analogie convient à toutes les machines simples.

Définition du point d'appui

Dans toutes les machines simples le point d'appui est un peu point de la ligne de direction de la puiss.^{es} quel'on ne compare point, ou ce qui est la même chose un des points de la ligne de direction de la puissance qui n'est point dans la proposition ou plutôt le point de la machine où la puiss.^{es} quel'on ne compare point est appliquée, ainsi les trois figures suivantes, où les trois puiss.^{es} p r q sont appliquées aux trois points a d b. d'un levier à b. si l'on compare p et q. le point d'appui, sera dans un tel point quel'on voudra de la direction de la puiss.^{es} p. ou plutôt en a, enfin si l'on

trouvé tout en d: si l'on compare r et q le point d'appui sera dans tel point quel'on voudra de la direction de la puissance

Fig. 6.

compare p et r le point d'appui sera dans un tel point que
l'on voudra de la direction de la puiss. q. ou plutôt en b
il en est ainsi de ces autres machines.

La définition du point d'appui et celle de l'équilibre (art. 23)
contribue beaucoup à la facilité de cette mécanique.

- Il faut prouver 1.° que p.q.: dh, dg. Sig. 6.
- 2.° que q.r.: ah, ag. Sig. 7.
- 3.° que p.r.: bh, bg. Sig. 8.

Démonstration du 1. cas

1. par l'art. 38. p.q.: ec, cf.: dh, dg. (par géométrie) sin. d cf
sin. cd f.: sin. d cf. sin. d c e.: dh, dg. donc p.q.: dh dg.
C. q. f. D.

on n'a point parlé des préparations nécessaires pour la démo.
on n'en parlera pas non plus dans la suite, à moins
qu'il ne s'y rencontre quelque circonstance qui y oblige,
les prépar. est am. expliquées amplement dans les
principes précédens et spécialement art. 35 et 37.

Démonstration du 2. cas

2. par l'art. 38 on a q.r.: cf, cd, (par géométrie) sin. a
c d f, sin. c f d.: sin. e cd sin. e cf.: ah, ag, donc
q.r.: ah ag, C. q. f. D.

Démonstration du 3. cas

3. par l'art. 38. l'on a p.r.: ce, cd.: (par géométrie) sin.
c d e, sin. c e d.: sin. f c d, sin. f c e.: bh, bg. donc
p.r.: bh, bg. ce qui falloit démontrer

Corol 1.°

Il est clair que si le point c s'éloignoit de plus en plus
à l'infini, les lignes de direction, ac et c, bc, des 3 puiss.
p r q. deviendroient enfin parall. auquel cas elles seroient
perp. ou obliques au levier a b. dans le cas où elles lui

seroient perpend. 1^o les perp. dh, dg , (fig. 6^{re}) deviendroient
 les bras du levier db, da et l'on auroit $p q :: db, da$,
 C'est à dire que les deux puiss.^{es} seroient en raison réciproq.
 des bras du levier

2^o dans la 7^{re} fig. la perpend. ah deviendroient le bras
 ad. du levier qui ~~est appliqué~~ ^{appartient} à la puiss.^{ce} q . et la perpend.
 ag . deviendroient le levier entier, et l'on auroit $qr :: ad, ab$,

3^o et dans la 8^{re} fig. l'on auroit $p r :: bd, ba$, C'est à dire
 qu'une des puiss.^{es} seroit à l'exist. comme le bras auquel r est
 appliqué et au levier entier.

Fig. 9

L'on aura encore les memes analogies précéd. dans
 le cas des deux directions paral. entre elles et obliques
 au levier, Car 1^o le point d'appui étant d. les perpend.^{es}

dh, dg . formés avec les bras du levier db, da les triangles
 semblables dbh, dag , et partant $ad, db :: dg, dh$, donc
 $p q :: db, ad$, 2^o le point d'appui étant en a les perpend. ah, ag et les bras ad, ab , $q g :: db, ad$.

3^o le point d'appui étant en b les perpendiculaires bh, bg
 formés avec les bras bd et la ligne entière ba , les triangles
 semblables bch, bag , et partant $bd, ba :: bh :: bg$,
 donc $p r :: bd, ba$.

Corol

Il est encore évident que tout ce que nous avons dit du
 levier, convient aux corps pesans ab , suspendus par des
 cordes ac, bc , attachées aux deux extrémités a et b .

Fig 10.

(fig. A) et retenu et retenu en cet état par deux puiss.
 $p q$. où dans une des extrémités (fig. B.) s'appuyé sur
 un plan horizontal 15 , et retenu par une corde bc
 attachée à l'autre extrémité b . ou une puiss.^{ce} q . en
 appliquée et retient le corps ab , dans l'état où la
 fig. le représente, comme sont les ponts levés, car pour
 cela il n'y a qu'à regarder la pesanté de toutes les parties

qui le composent & l'unis dans le meme centre de gravité
 D, qui (art. 11 & 12) y fait le meme effort que feroient des
 poids r, appliqués au meme centre de pesanteur D. sous
 les directions c d, tendent vers le centre de la terre, et
 alors le corps a. et b. deviennent de leviers sans pesanteur
 où 3 puis.^{es} p. q. r. sont appliquées et font Equil.

Les propriétés du levier conviennent encore, à la
 balance ordinaire à la romaine, aux Ciseaux, aux
 couteaux fixés par le bout comme sont ceux de la
 boulangerie, aux rames des vaisseaux &c.

De la Poulie définition

La Poulie est une roue qui a quelque épaisseur dont
 la circonfer^{ce} est cannelée pour y pouvoir apliquer une
 corde et qui est appliquée à son écharpe ou chaise
 où elle est retenue par son essieu qu'on appelle
 goujon, en sorte qu'elle peut tourner librement.

Proposition 2^e

Analogie de la Poulie

- 12. Dans la poulie 1.^o les deux puiss.^{es} agis. sont touj. égales
- 2.^o lorsque les directions concourent en un des puiss.^{es} agis.
 en à la cuspide, comme les sinus de la moitié de l'angle
 fait par les directions des puiss. agis. au point de
 concours en au sinus de l'angle total
- 3.^o lorsqu. les direct. sont parall; une des puissances
 agis. est à la cuspide. comme un en à deux.

Démonstration du 1.^o cas

Fig. 11. Il faut prouver que p. est égal à q. par l'art. 38. ou à
 p q :: c e c f, (par la geom.) d f, c f :: sin. de f, sin.
 d c e :: d h, d g, donc p q :: d h d g. mais d g. est égal
 à d g, donc p est égal à q. C. D. f. D.

C'est à cause de l'Égalité des puis. agis. dans la poulie
 que l'on peut toujours mettre un poids à la place d'une
 puis. Car en ce cas la poulie ne fait que changer
 la direction, et nous y en mettrons dans la suite
 car il semble que cela représente plus nettement
 le rapport de ces 3 puis. qui font équilibre, c'en auroit
 pour cela qu'on a pas d'égard aux poulies qui se
 rencontrent dans les grues

Démonstrat. du 2.^e et 3.^e cas

Fig. 12.

p. r q. sont trois poids mis en la place des 3 puis.
 p r q. des fig. précéd. par le moyen des poulies g. fh.
 il faut prouver que $q. r. :: \sin. a c h \sin. a e l. :: a h$
 $a g.$ puisque ah est le sin. de l'angle a ch, moitié
 de l'angle a c b et ag est le sin. de l'angle a c b.

D'après l'art. 38 l'on a $q. r. :: c f, c d :: \sin. a c f d. ::$
 $\sin. e c d. \sin. e c b. :: a h, a g,$ donc $q. r. :: a h a g$
 qui est le second cas si l'on suppose que le point
 s'éloigne de plus en plus à l'infini, les directions
 a c, d c b c deviendroient enfin parall. et les points
 a et b se confondroient avec les extrémités k de
 quelque diamètre k, et alors ah deviendra 1 d
 et a g, deviendra k et l'on aura $q. r. :: 1 d, k :: 1.2$
 qui est le 3 cas

De la Roue ou de l'accédans la roue

Définition

Fig 13.

Les Roues est tout les instruments qui se rapportent
 qui sont ceux que l'on fait tourner avec des leviers
 bras ou manivelles en un instrument composé d'un
 axe a b, aux 2 extrém. duquel il y a 2 pivots sur
 lesquels tourne l'instrument par le moyen d'une roue
 f g. lorsque l'axe est horizontal qui est appliqués et

par ce moyen on enleve un fardeau considerable avec une force qui en beaucoup moindre, on fait tourner le meme axe avec des leviers lorsqu'il est vertical

Proposition 3^e

analogie du levier

44. Dans l'arc de la puissance et un cu poind, comme la raison de l'essieu en à la raison de l'arc.

14. Soit l'arc ah et son essieu gb dont le centre est d. q un poids mis par le moyen de la poulie a en la place d'une puissance appliquée en un point quelconq. a et donc la direction ac touche l'arc et se trouve dans son plan p. Et le poids qui se fait enlever et qui est attaché au bout d'une corde qui s'entortille autour d'un essieu gb à mesure que l'arc tourne.

Il faut prouver que $q \cdot p :: db, da$.

Démonstration

L'on a art. 38. $q \cdot p :: ec, cf :: df, cf :: \sinus d c f. \sinus c d f :: \sin. d c f, \sin d c E :: db da, dom pq :: db, da, C. q f. D.$

on trouvera comme dans la poulie le rapport d'une des puiss^{es} agis. q. ou p à la pesanteur v.

Du plan incliné

Définition

15. Le plan incliné est un plan ab, dont une des extrémités a est posé sur un plan horizontal. a o, et l'autre extrémité b. élevée au dessus de l'horizon de la hauteur b o perpend^{iculaire} à a o.

Un poids posé sur un plan horizontal a o y demeure delui meme en repos, mais il n'en est pas de meme lorsqu'il est posé sur un plan incliné par l'axe pour le tenir

Le poids p . sur le plan incliné à b . il faut une puiss.^{ce}
ou un poids en la place, par ce moyen d'une poulie a
qui en tant plus grande tantôt moindre, selon que
la grandeur de bc et la position de la direction ci . de la
puiss.^{ce} q . varie cor.^o ou va montrer.

Il est clair qu'un poids p . posé sur un plan incliné
à b . et retenu par une puiss.^{ce} q . ne peut demeurer en
repos qu'il ne soit plus proche du centre de la terre qu'il
est possible ou ce qui revient au même que sa direction cm
qui tend vers le centre de la terre, la direct. ci , de la puiss.^{ce}
 q . le retient, et celle de la puiss.^{ce} resist.^{ce} r qui le plan
incliné et qui est cd . perpend.^{re} au même plan incliné à b
ne soit dans un plan vertical perp.^{re} au même plan
incliné

Proposition 4.^e

Analogie du plan incliné

La puiss.^{ce} ou un poids en raison reciproque des Sinus des
angles fait par les directions du poids et de la puiss.^{ce}
avec la direction de la puiss.^{ce} resistente.

Il faut prouver que $p q :: \sin a \text{ } \angle c d, \sin. \text{ } \angle c f$, en
portant le point d'appui en D .

Démonstration

L'on a art. 38. $q p :: c f c E :: c d c E :: \sin. \text{ } \angle c E, \sin. \text{ } \angle c d E$
 $\sin. \text{ } \angle c E, \sin. \text{ } \angle c f$, donc $p q :: \sin. \text{ } \angle c E \sin. \text{ } \angle c f$, ou
si l'on veut cor.^o les direct. du point d , avec l'ig. de direct.
 $c E$ et du poids p et de la puiss.^{ce} q , $c q. f. D$.

on trouvera comme dans les proport. précéd.^{tes} le rapport de
chacune des puiss.^{ces} agis. p ou q . à la resist. r , qui est leffort
que le poids p . fait contre le plan à b

Corol. 1.^{er}

45.^e Il est clair que le poids p . demeurera le même, et par conséquent

aussi la proportion cE , si l'angle $d c f$ augmente le
 point d . S'approche de c , et si diminue le même point d .
 S'éloigne de c , d'où il suit

1^o que l'angle $d c f$ étant droit et par conséquent CE parall.
 à ab , l'angle $c d E$ sera aussi droit et partant CD sera
 plus petite dans cette position de $c f$. que dans toute autre
 et par conséquent. à lors le poids q . sera le plus petit qui puisse
 soutenir le poids p . sur le plan ab

2^o que si l'angle $d c f$, augmente ou diminue d'une même
 quantité au dessus ou au dessous du droit les deux CE qui
 répondent à ces deux situations de $c f$ seront égales et
 par conséquent le même poids q . soutiendra dans ces deux
 situations de $c f$. le poids p . en équilibre sur le plan ab
 et cela arrivera toujours jusqu'à ce que $c f$. se confonde
 avec CK , auquel cas le point d , tombera en C , d'un
 côté et s'en éloignera de l'autre de sorte qu'alors CD sera
 égal à EC , et par conséquent q . égale à p , de sorte qu'à mesure
 que l'angle $EC f$ s'éloigne du droit en augmentant jusqu'à
 $c f$ se confondra avec CK CD , qui exprime la charge d'un
 plan ab , diminue à proportion jusqu'à devenir nul et au
 contraire l'angle $EC f$. s'éloigne du droit et diminue
 jusqu'à devenir infiniment aigu CD , croît à proportion
 jusqu'à devenir infini, ainsi il faudroit une force infinie
 pour soutenir dans cette situation le poids p . sur le plan
 ab , et le même plan seroit infiniment chargé.

Corol. 2.

46. Il est manifeste que la direction cm , du poids p devant touj.
 être parall. à bo . et perpend.^{re} à l'horizon ao et cd perpend.^{re}
 à ab . Soit que a augmente ou diminue les triangles rectang.
 cgh , amh , $ao b$, seront toujours semblables, C'est pourquoy
 lorsque la direction $c f$, du poids q , est 1^o parall. à ab .

au quel cas l'angle $c d E$, en droit; 2° paral. à $a o$, aug.
 cas l'angle $c E d$ en droit, le triangle $c d E$, leu sera aussi
 semblables, et par consequent on aura dans les. cas, $q p ::$
 $(E d c E) b o b a$. et dans le 2° cas $q p :: (E d c C) :: b o, o a$
 C'en adire lorsque la direct. de la puiss. en paral. au plan
 la puiss. en au poids comme la hauteur du plan en a sa
 longueur et lorsque l'adirection de la puiss. en paral.
 à la base du plan. la puiss. est au poids comme la hauteur
 du plan en a sa base, dans ces deux cas les rapports de
 p et q a v , se trouveront comme dans les propositions
 preced.

Corol 3:

47. Il en aussi évident que l'angle a augmentant et l'angle
 $d c f$ demeurant le meme droit ou obtus le poids q augment.
 jusqu'à ce que $c f$ se confonde avec $c k$, et si l'angle $d c f$
 est aigu q augmentera jusqu'à ce que l'angle devienne droit
 et qu'au contraire l'angle a diminuera et l'angle $d c f$
 demeurant le meme tel qu'il soit le poids q diminuera
 jusqu'à devenir nul lorsque $a b$ se confondra avec $a o$
 car s'apro. elle diminuera toujours jusqu'à devenir nulle
 lorsque $a b$ deviendra $a o$, ou ce qui en la meme chose
 que $c d$, deviendra $c E$.

Corol 4.

48. on peut facilement démontrer par la propriété d'un plan
 incliné qu'un poids per se plus étain plus éloigné du
 centre de la terre qu'étain plus proche.

Fig. 16. Car soit g , le centre de la terre, $h o$. l'horison, $a b$, un
 plan incliné dont le point en plus proche de l'horison que
 le point b . soit supposé le meme poids p . sur le plan
 incliné en a et en b , et retenu par deux puiss. q . et s
 dont les directions $c f$, $c f$, soient paral. les direct. $c g$, $c g$,
 du p. p . concour. au centre de la terre, et $c d$, $c d$, perpend. à $a b$.
 cela posé.

L'on a (art. 44) $q. p. :: \sin g c d. \sin d c f$, et par la même raison $p. s. :: \sin. d c f, \sin. g c d$, et multipliant les deux analogies terme par terme l'on aura $p. q. p. s. :: \sin, g c d, \sin d c f, \sin. d c f \times \sin g c d$ ou $q. s. :: \sin. g c d, \sin g c d$ en divisant les termes du 1. rapport par $p.$ et les deux termes du 2. par les $\sin.$ des angles $d c f$ & $c f$, qui sont égaux à cause des paral. $c f, c f, c d, c d$, car l'angle $d c f =$ l'angle $c E K$ égal à $d c f$, mais l'angle $g c d$, est moindre que l'angle $g c d$, car l'angle $g q E$, égal à l'angle $a q c$ en plus grand que $g h E$, égal à $b h c$, et par conséq. en moindre que S , et partant le $p d$ p , pèse plus en b , qu'en a , ce Corol. peut aussi se démontrer par les mach. précédentes.

Corol 5.

49

Il s'ensuit enfin que si deux poids $p.$ et $q.$ sont en équilibre sur deux plans $c a, c b$, différemment inclinés mais de même hauteur, $c d$, par le moyen d'une poulie a située de manière que les directions des deux poids soient paral. aux deux plans, il s'ensuit que les poids p et $q.$ sont entre eux comme les long^{rs} $c a, c b$, des plans sur lesquels ils sont en équilibre, car art. 42. la force du poids $p.$ tire le poids $q.$ et au égale à celle du poids $q.$ tire le poids $p.$ en nous man. cette force $f.$ on aura $f p. :: c d, c a$ et $q. f. :: c b, c d$, et en multipliant les deux analog. terme par terme $f q, f p. :: c b \times c d. c a \times c d$ ou $q. p. :: c b, c a$, en divisant les deux termes du premier rapport par f et ceux du second par $c d$.

DU COIN DÉFINITION

Le coin est un instrument qui ne sert qu'à fendre du bois ou que à peu d'autres usages, il est la moitié d'un parallélogramme dont la tète est un rectangle et dont l'épaisseur va en diminuant vers le bout opposé à la tète.

Fig. 18.

On suppose icy que le coin est isocèle, c'est à dire que ses deux côtés ao , bo , sont égaux, et que le bois est flexible de manière que le bois étant commencé à fendre, et le coin introduit dans la fente, les faces de la fente sont pliées en ligne courbe que les faces du coin touchent au point i et k , on suppose aussi que pour fendre le bois ou ce qui est la même chose pour faire entrer le coin plus avant dans la fente, le coin est frappé par un marteau, ou par une force que je nomme v au milieu g , de sa tige une direction gi perpend. à la tige ab et qui passe par conséquent par la pointe o .

L'équilibre dans le coin est lorsqu'il est frappé comme on vient de dire, le bois ne se fend pas, mais il se seroit fendu, ou auroit continué de se fendre si le coup auroit été tant soit peu plus fort, or dans l'instant de l'équilibre, il est clair que les forces ao , bo , du coin agissent contre les points touchants i et k des forces de la fente selon des directions ci , ck , perpend. au milieu ao et bo , et que l'autre étant égale à la réaction, les forces de la fente repoussent celles du coin avec les mêmes forces dont elles sont poussées, il est encore clair que les faces du coin poussent celle de la fente avec forces égales, en i et k , car la ligne Go divisant l'angle ick en deux également, les triangles rectangles cio , cko , étant égaux et sembl. le parall. Ef , étant achevé, l'ang. Ecd , égal à l'ang. $fc d$. sera égal à l'angle $C d c$, et partant le parall. Ef , aura les 4 côtés égaux, c'est pourquoi les forces dont le bois résiste contre le coin peuvent être nommées a d'un même nom p , puisqu'elles sont égales et sont proportionnelles aux côtés égaux ce , cf , du parallèle.

Proportion 5^e

Analogie du coin

50. La force qui pousse le coin en à la résistance du bois comme la moitié de la tête du coin en à la long^r. de son côté.

Démonstration.

Il en clair (art. 13 et 35) que les 3 forces v , p et q . peuvent être regardées comme agiss. contre le point c ou lewa directions concourent, C'en pouvoit. l'on a (art. 38) $v p :: cd$ ce , ou cf , ou en doublant les conséquens. v . $2 p :: cd$, $2 ce$, mais les triangles isocèles ab o , ce d , sont semblables puisq. les triangles ag o , ci o , le sont ayant chacun un angle droit au point g et i . et l'angle au point o commun, C'en pouvoit. cd , $2 ce :: ab$, $2 ao$. donc v . $2 p :: ab$, $2 ao$, ou en prenant les moitiés les deux termes du second rapport v . $2 p :: a$, ao , c g . f . D .

on pourroit supposer le coin scalene, mais comme il n'en pas en usage, on n'en parlera pas icy

Des poids suspendus par des cordes attachés à un même point

Prop. 6. Analogie

51. elle est la même que celle du levier art. 39. et la démonstration est aussi la même, ainsi il est inutile de les répéter icy, les figures se font assez connoître

Corol. 1^{er}

52. Il en clair que si l'on conçoit que le poids v diminue continuellement les poids p et q . qui les soutiennent demeurant les mêmes, la diagonale cd , d'un parall. ef . diminuera à proportion, et les côtés c , e , cf , demureront les mêmes, et par conséquent l'angle c d f ,

Fig. 19

augmentera car les poids p. et q. descendent et le p^d
r, montera de sorte que les cordes kd & f, ne trouveront
jamais en ligne droite tant que le poids v sera d'une
grande ou finie, quel que petite quelle puisse être.

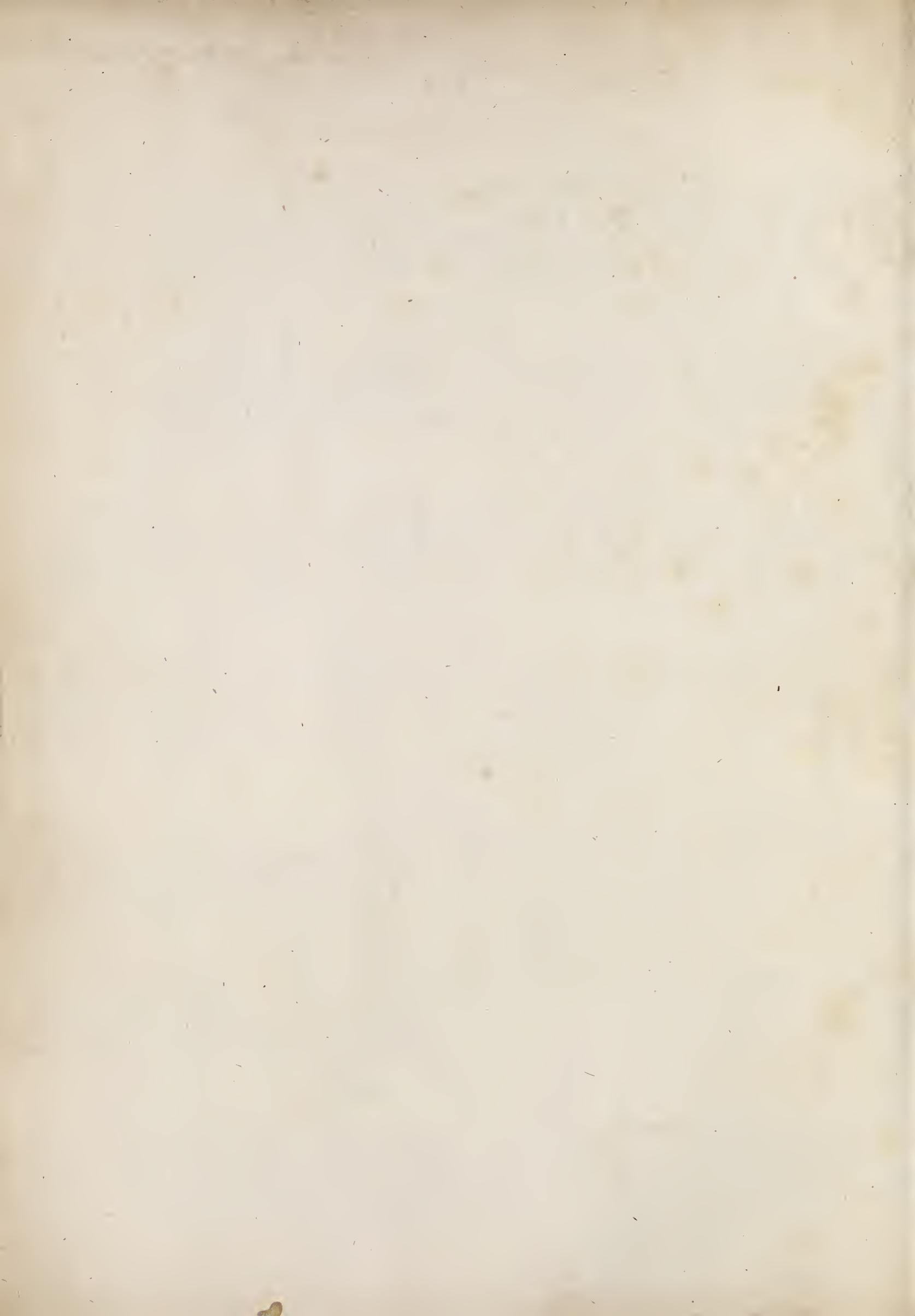
Corol 2.

§ 3. De là il s'ensuit qu'une corde ne peut jamais être tendue
en ligne droite par une puiss.^{ce} infinie, car son poids
quel que petit quel on le suppose sera d'une grande ou
finie, et peut être regardée comme un poids v attaché
à quel qu'un de ses points C.

Corol 3.

§ 4. Il est encore évident (art. 38) que l'on peut déterminer
la partie du poids que soutient chaque puiss.^{ce} p et q.
car ayant mené des points E et f. les perpend.^{es} EK,
fig. 1. et achevé le parall. K g, i h, la partie soutenue
par p. sera à la partie soutenue par q. comme K C
à i c, où l'on voit que dans la 1^{re} fig. les puiss.^{es} p et
q. soutiennent chacune une partie du poids qui en
entrentelles dans le rapport quel on vient de déterminer
mais dans la 2^{de} fig. la puiss. p. dont la direction est au
dessus de l'horizontale g c h, soutient tout le poids K
et outre cela une partie qui en est au tour de C. C1 ou d K
en a d c, de sorte que la puiss. q. dont la direction est
au dessous de l'horizontale g c h, tire en bas une partie
du poids v, qui est au tour comme c i a c d, les parties
C K fig. 1. et c i fig. 1^{re} de 21 sont nommées
Sublimités et c i fig. 21^{re} 2^{de} profondeurs.

Fig. 21



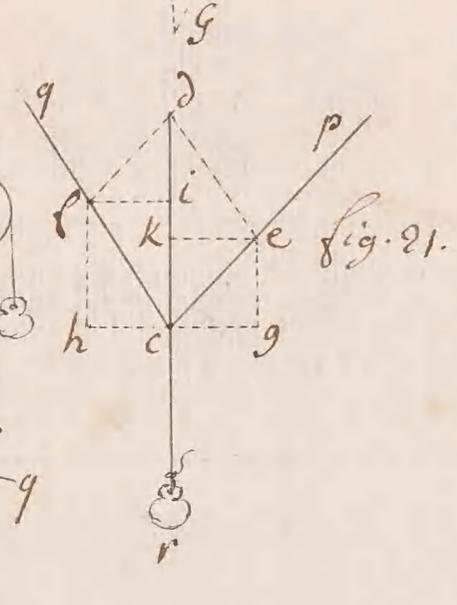
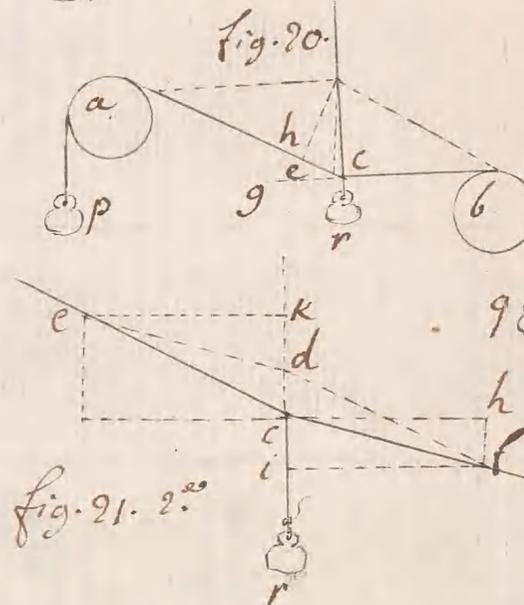
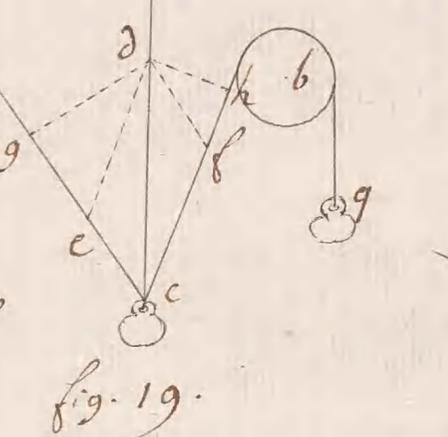
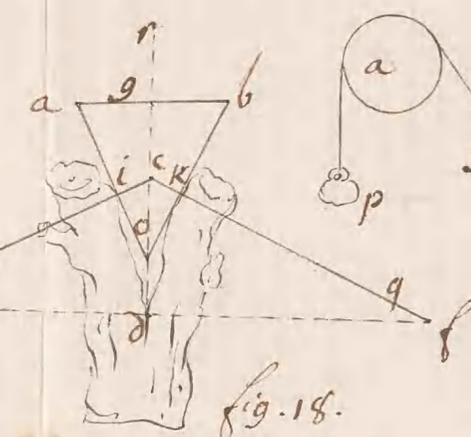
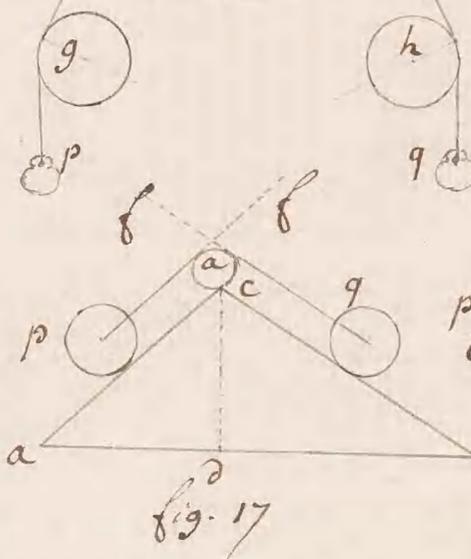
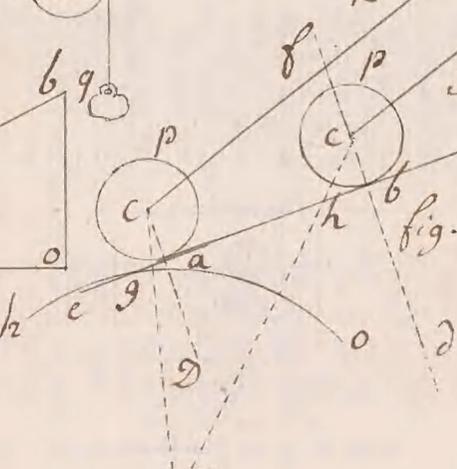
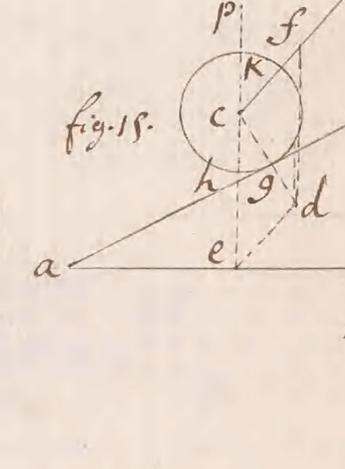
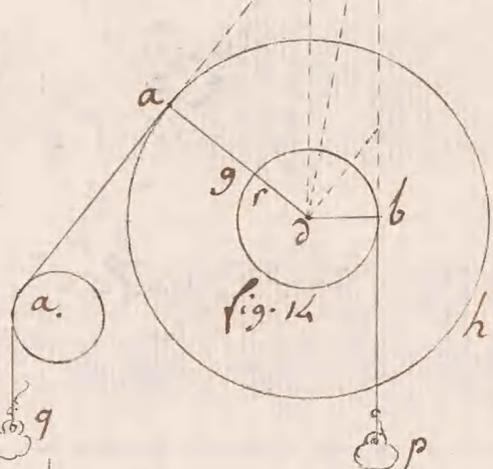
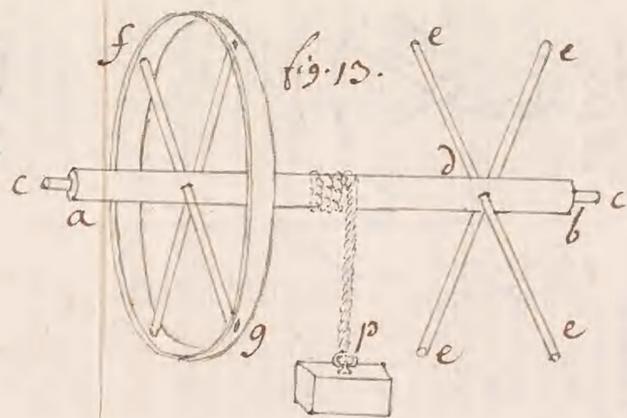
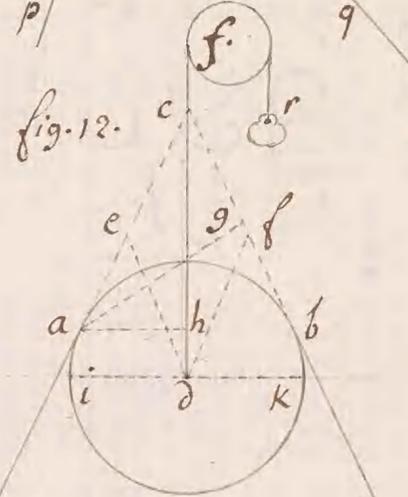
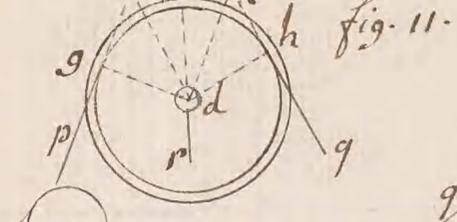
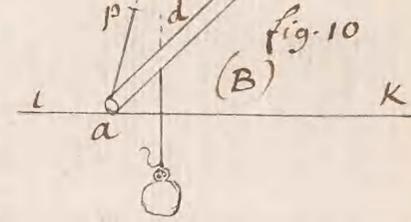
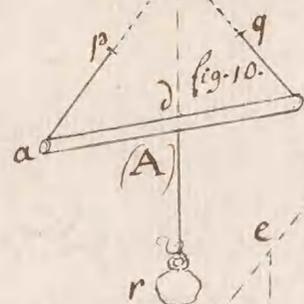
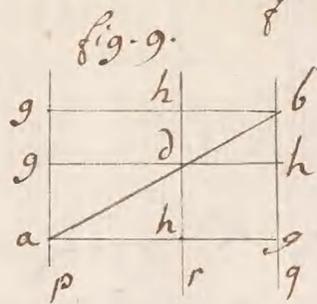
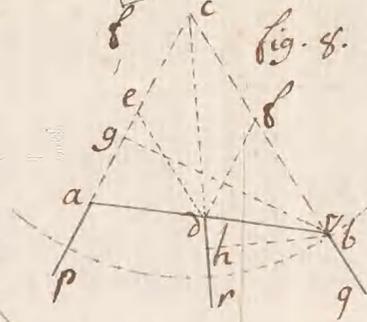
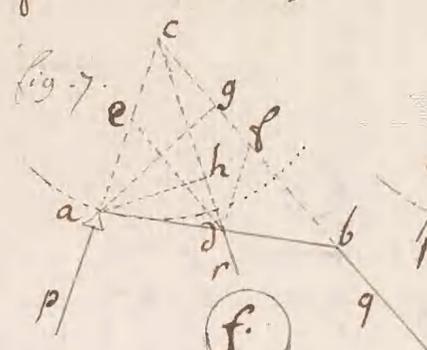
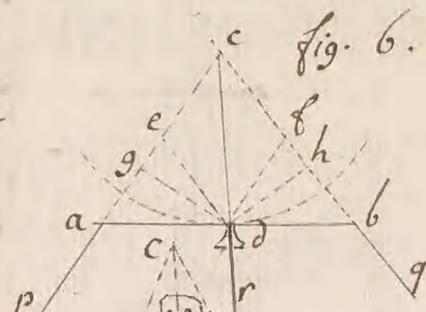
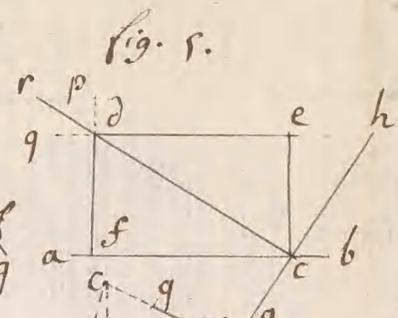
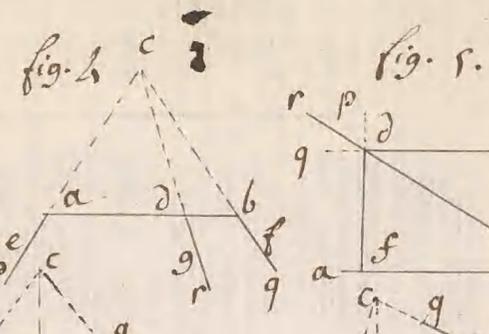
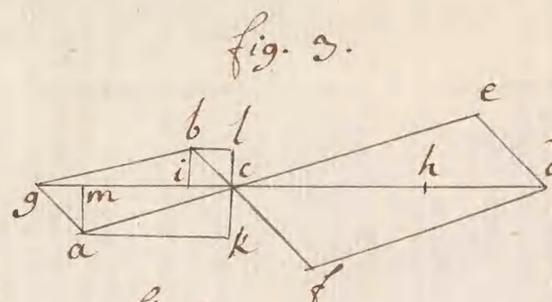
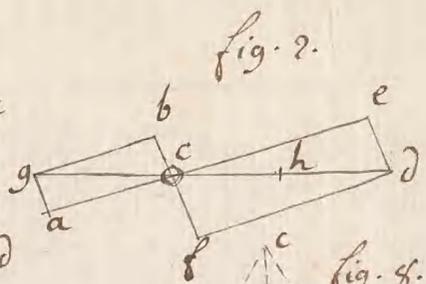
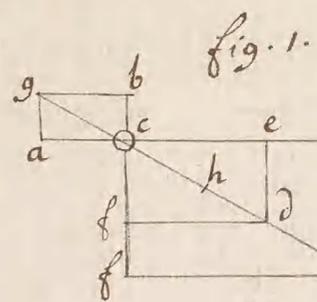


fig. 21. 2^{de}

Fig. 19.

53

54

Fig. 21

Des Machines composées

Définition

55 Lorsque plusieurs machines simples demeurent ou de différentes espèces dont les unes font agir les autres en composant une seule ou la même machine composée, et celle à la q^{ue} une puiss^{ce} en immédiatement appliquée et qui donne par conséquent le mouvement à toutes les autres est nommée la 1^{re}; celle sur laquelle la 1^{re} agit est nommée la 2^e, et ainsi de suite, et celle qui produiroit seule l'effet pour lequel une machine composée est destinée si l'on y pouvoit appliquer une puiss^{ce} qui est incapable, est appelée la d^{re}; ce qu'on entendra mieux par les exemples

Proposition 7^e

56. L'effet de la 1^{re} machine est la cause qui fait agir la 2^e; l'effet de la 2^e; la cause qui fait agir la 3^e; et ainsi de suite, ayant nommé par des lettres de chaque machine et les parties de chacune qui doivent entrer dans la proportion lesquelles parties sont déterminées par les propositions précédentes ou fera autan d'analogies qu'il y a des machines en commençant par la 1^{re} ou la d^{re} indifféremment et ayant multipliés ces analogies terme par terme on aura le rapport de la puiss^{ce} qui fait agir la 1^{re} machine à l'effet de la dernière. les exemples qui suivent éclairciront ce qu'on vient de dire

Exemple 1^{er}

De la vis

Définition

Soit un cylindre, $abcd$, dont l'axe est se , le rayon sd .
 Si l'on conçoit tant de triangles qu'on voudra dhr ,

$HI, IK, K, \text{rect. en } HI, K \text{ \& } L^c$ dont les bases HI, LI, KK
 L^c soient égales chacune à la circonférence et les hauteurs
 DH, HI, IK, L^c égales entre elles et appliquées à toutes sur
 une ligne DC , parall. à l'axe du cylindre.

Il est clair que si l'on roule tout ce triang. sur le
 cylindre le point h , tombera en H , le point i , en I , le point
 k en K , L^c et alors les hypoth. Dh, HI, IK, L^c ainsi
 roulées formeront les pas ou filets D à H, H à I, I à K, K L^c
 soit de la vis ainsi la vis en un cylindre enveloppé de
 triangles rectangles.

L'écrou de la vis en un autre cylindre creux dont le diam.
 est égal à celui de la vis et dont la surface intérieure est
 couverte de triangles rectangles égaux et semblables à ceux
 qui enveloppent la vis. Voilà comment les géomètres considèrent
 la vis et son écrou.

Mais à fin de retirer l'utilité de la vis qu'on en attend
 il faut entailler le cylindre entre les filets ou pas, d'une
 certaine profondeur, et alors il faudra diminuer le diam.
 de l'écrou d'une grandeur égale à la profondeur des entailles
 de la vis et faire les mêmes entailles dans l'écrou de
 l'écrou, à fin que la vis puisse entrer dedans et y tourner
 librement, et c'en là alors la vis des mécaniciens.

Démonst. de l'effet de la vis.

57. Voici premièrement les circonstances qui se rencontrent
 dans les usages de la vis, ou elle fixe par celle de ses
 extrémités qui n'ont point dans l'écrou qui est
 enfoncé dans un corps dur qui ne change point de
 place et demeure fixe dans la même situation, et dans
 le cas du la vis en fixe dans ce corps, de manière quelle
 ne peut tourner, c'en alors l'écrou qui est tournant
 s'approche d'une des extrémités de la vis et s'éloigne

de l'autre pour produire l'effet, où c'est l'avis qui tourne par le moyen d'un levier E G, et l'écroûe ne tourne au point s'approche d'une des extremités et s'éloigne de l'autre.

2^o où c'est l'écroûe qui en fixe sans tourner et sans changer de place, ou c'en à lora l'avis qui entourant touj. par le moyen d'un levier l'une de ses extremités s'approche et l'autre s'éloigne sans produire l'effet que l'on attend.

Fig. 22.
2^e

Or dans quelque circonstance que ce soit l'effet de l'avis est toujours égal aux efforts que les paroufittes de l'écroûe font contre ceux de l'avis selon des directions parall. à l'axe de l'avis, par ce que l'action est égal à la réaction, on peut donc prendre les efforts par l'effet de l'avis, mais par ce que tous les points des filets de l'écroûe font effort en même temps contre autant des points de ceux de l'avis, il faut supposer tous les efforts réunis dans un seul, m, pris sur m seul filet quelconque H E i (car la fig. précédente et la suivante doivent être regardés comme une seule) qui étant déroutée sera l'hypoth. H i, d'un deat triangle H I i que formera l'avis, et regardor l'hypoth. H I. comme un plan incliné et les efforts ainsi réunis comme un poids, p. retenu par ce plan par une puiss. r dont la direction, m n, est parall. à H I, ou 2^o à I i, cela supposé et ayant nommé H I a, H i. b, I i c, l'on aura (art. 46.) la direct. de la puiss. r étant parall. à H I, r p :: a, b, mais comme ce n'est point effectivement une puiss. comme r, qui retient le poids, p, sur le plan h, et quelle n'est que supposée et que c'en un levier O S dont une des extremités O est appuyée contre l'axe E F, de l'avis l'autre extremité S. retenu par une puiss. q, dont la direction doit être parall.

a m n, qui en fait l'effet c'est pr^oq. en nommant om,
 g o s, f, l'on aura (art. 40.) n^2 , q. r.: g f. don en
 mult. les deux analog. terme par terme selon (l'art.
 56.) l'on aura q r. pr.: ag. b f., or, q p.: ag, b f, en
 divisant les deux termes du premier rapport par r, ce
 qui fournit cette analogie.

58. La force qui fait agir l'avis en à l'effort de la vis com
 le produit de l'intervalle HI de 2 filets par le petit bras
 en au produit om, du levier os par la long. HI du filet la
 direction mn de la puissance, r, étant parall, au plan HI en
 supposant présentem. la direction mn de la puissance. r
 parall. à la base Ii du plan, l'on aura (art. 46) r p.:
 à (HI) CI, et (art. 40.) q. r.: g (om.) f. (os) et en
 multipliant ces deux analog. terme par terme, l'on aura
 q r. pr.: ag cf. ou q p.: ag. cf, en divisant les deux termes
 du p.^r rapport par, r, d'où l'on pourroit tirer une analog.
 comme on vient de faire, mais parce que le second rapport
 demeure composé et qu'il se peut rendre simple il n'est
 pas permis de le laisser en cet état pr le décomposer je
 remarque que om = FD. et Ii = la circonférence AD. du
 cylindre, c'en pourquoï si l'on suppose un cercle décrit
 du centre O. par S. dont la circonf.^{ce} soit nommée, h,
 l'on aura g. f.: c h. mais l'on a dès-jà q r.: g. f. l'on
 aura donc q r.: ch, l'on a aussi r p.: a c, c'est pourquoï
 multipliant ces deux anal. termes par termes on aura
 q r. pr.: a c. ch. ou q. p.: a h, d'où on tire cette anal.?

59. La force que fait agir l'avis en l'effet de la vis comme
 l'intervalle de 2 filets en à la circonférence d'un cercle dont
 le levier en rayon. Cette analog. en la plus notée quoique
 la pièce^{te} soit plus conforme à la nature de la vis et produit
 un plus g.^d effet com. on a démontré (art. 45) ainsi nous nous en
 servirons dans la suite lors qu'il s'agira de la Vis.

Exemple 2^e

des Roues d'entées définition

Lorsqu'on compose une machine avec plus^{rs} roues il faut
 quelles soient toutes dentées excepté la 1^{re} comme sont les roues
 des montres et que leurs axes portant des pignons ou lanternes
 aussi dentées excepté l'axe de la 1^{re} qui doit être rond et sans
 denté. Ces axes ont à leur extrémités des pivots. ces roues
 avec leurs axes ainsi préparés doivent être ajustés dans
 un esped d'assur de maniere que la lanterne ou pignon
 de la 1^{re} engraine dans la denté de la 2^e celui de la seconde
 dans la denté de la 3^e &c. une machine ainsi composée
 se nomme la machine des roues dentées, cette machine
 est propre à enlever de très grands fardeaux, et d'autant
 plus qu'à quelles roues seront en plus grand nombre.

Démonstration de l'effet des roues dentées.

Fig. 23. 60. ayant nommé l'effet de la 1^{re} S; l'effet de la 2^e q, les
 puiss^{es} p, le poids r, les rayons des pignons et des roues
 ab, a, ac, b, de, c, df, d, gh, f, gi, g, l'on aura
 art. 4. p. S :: a, b, S. q :: c, d, q. r :: fg, donc art. 56
 p. S. q. S. q. r :: b. d. g, ou p. r :: a. c. f, d'où l'on tire
 cette analogie, la puiss^{es} en au poids comme le produit
 de a rayons des axes ou pignons en au produit des
 rayons des roues.

Exemple 3^e

Des Souties mouflées ou des Mouflés.

Définition

Les mouflés sont des assemblages de plusieurs poulies
 en charrière dans des especes d'assur et écharpea, ce qui
 se fait en différentes manieres, comme les fig. font voir,
 pour produire un effet, il faut deux mouflés l'un en
 haut qui demeure fixe et attachée à quelques piéces de
 bois, et l'autre en bas, ou l'on attache le poids qu'on

veut enlever, et ayant appliqué à des deux moufles
 une corde qui passe par dessus les poulies d'en haut et
 par dessous celles d'en bas, dont une des extrémités
 est attachée aux moufles d'en haut, où à la pièce de bois
 où il est attaché et l'autre extrémité est tirée par une
 puiss.^{ce} qui fait monter la moufle d'en bas et le poids
 qui y est appliqué tous à la fois

On peut mettre une poulie de moins à la moufle d'en
 haut, néanmoins on a plus de facilité en en mettant
 autant en haut qu'en bas.

Il est clair art. 42. que les cordes ainsi appliquées
 aux moufles étant parall. sont également chargées dans
 lews points, et que chaque poulie d'en bas porte une
 partie égale du poids, de sorte qu'il faut supposer le poids
 divisé en autant de parties égales qu'il y a de poulies en
 bas pour faire les analogies, conformément à l'art. 36
 on suppose icy qu'il y a trois poulies à la moufle d'en
 bas quoi qu'on y en puisse mettre tant qu'on veut

Démonst.^{on} de l'effet des poulies mouflées
 à cause qu'il y a trois poulies en bas dans les 1.^{re} et 2.^{re}
 Figures, l'on aura ces 3 analogies

$$\left. \begin{array}{l} p \frac{1}{3} r :: 1. \quad 2. \\ p \frac{1}{3} r :: 1. \quad 2. \\ p \frac{1}{3} r :: 1. \quad 2. \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2p = \frac{1}{3} r. \\ 2p = \frac{1}{3} r \\ 2p = \frac{1}{3} r \text{ donc } 6p = 1 r \end{array}$$

D'où l'on tire que $p r :: 1 6$. qui donne l'analogie
 suivante, la puiss.^{ce} en au poids. comme l'unité au double
 de la poulie d'en bas, on aura trouvé la même chose en
 multipliant les 3. analogies précéd. terme par terme,
 car l'on aura en $p \frac{8}{27} r :: 1. 8$ donc $8 p^3 = \frac{1}{27} r^3$
 dont en extrayant les racines cubiques $2p = \frac{1}{3} r$, ou $6p = 1 r$

d'où l'on tire p.r.: 1. 6, car on a autant de fois 2 p, qu'il y a de poulies en bas, ce qui rend l'analogie generale pour tel nombre de poulies quel'on voudra en observ. que s'il y a 4 poulies en bas comme dans la 3^e fig. il y aura dans les analogies particulieres $\frac{1}{4} r$, s'il y en a 5, $\frac{1}{5} r$. donc les sommes donneront toujours 1 r

Exemple 4.

Il y a une autre maniere de moufler les poulies qui produit un plus grand effet que la précéd^{te}, mais elle est moins en usage, nous la mettrons icy a la figure elle fera assez comprendre.

Démonstration.

La puissance agit. étant p, et le poids qu'il faut entraîner r, et nous aurons outre cela l'effet de la poulie première S. l'effet de la 2^e T. l'effet de la poulie 3^e V. l'on aura art. 36; p, S:: 1 2 S T:: 1, 2, T. V:: 1, 2, 4 r:: 1 2. et partant p. S. T. V. S T. V r:: 1. 16. ou p r:: 1 16. d'où l'on tire cette analogie.

62.

La puissance en au poids comme l'unité au terme de la progression double (qui a l'unité pour p^o terme) qui surpasse de l'unité le nombre des poulies qui en le 5^e terme dans cet exemple.

Exemple 5^o

De la vis infinie Définition

La vis infinie est une vis sans écroue qui est ajustée dans une espee d'acier, où il y a une ou plusieurs roues d'entée de Maniere que les pax de la vis engrainent dans les dents de la 1^{re} roue, et la vis tournant autour de son axe (elle n'a point d'autre mouvement) fait tourner la p^{re} roue qui fait tourner les autres s'il y en a, la figure fera tout comprendre l'axe de la vis, et le plan de la roue doivent

estre dans un meme plan, ou bien les deux delaroue
doivent être dea chevilles plantées sur le plan delaroue
perpend^{ce} à son plan auprès de la circonférence, et a
lors, le plan delaroue étant parall. à l'axe de la vis
les deux delaroue engraineront dans les pas de la vis

Dém. de l'Effet de la vis infinie

La puiss. qui fait agir la vis par le moyen d'un levier
ou manivelle étant p. le poids r. et nommant encore
le levier AB. a l'effet de la vis ou la force entre les pas
poussantre les deux delaroue \perp l'intervalle fg. des 2.
pas b, la circonf^{ce} du cercle ab, en le rayon c, le rayon cd,
de l'axe delaroue, d le rayon ce delaroue f, l'on aura
art. 59. p. s:: b: c (et art. 60) s r:: d. f. donc p s. s r::
b d. c f, ou p r:: b d. c f. C'en adire.

63. La puiss. en au poids comme le produit du rayon de l'axe
delaroue, par l'intervalle de deux pas en au produit
du rayon delaroue, par la circonf^{ce} du cercle en rayon

Exemple 6^e

64. Soit un plan incliné AB. dont la hauteur, en A O. la
base OB, un poids r, posé sur ce plan ou il en retient par
un treuil efg h. dont l'axe en i d, par le moyen d'une puiss^{ce}
p, appliquée à l'extrémité g, d'un des bras cg.

Il est clair que la corde qui s'en tortille autour de
l'axe du treuil ne tire le p. r, qu'autant que ferait une puiss^{ce} s
appliq. à la me^{me} corde et tirant selon la meme dire^{ction}. Ainsi
l'effet du treuil est égale aux effets de la puiss. s. et non au p.
r, cela posé en nommant cd, rayon de l'axe a. cg, h.
et (supposant la corde parall. à ab) a o, c, a b, d; l'on
aura (art. 43) p s:: a b, et art 46. s. r:: c d, donc en
multipliant les deux analogi. termes par terme p s, r s::
ac, b d, ou p r:: a c b d.

Exemple 7.^o
Examen du levier de M.^r De la Garouste

65 La fig.^{re} fait assés voir ce que c'en, toutes les pièces qui le composent sont montées sur un affut de fer qui les entretient ensemble dans l'état où on les voit ad, en un levier ou une branche de fer ou sont appliqués 2 pieds de biche, d E, h, f qui poussent alternat. la denture de la roue K E, qui doivent être attachés en roches

Lors que l'on fait balancer le levier a d, sur le point fixe C par le moyen d'une puissance p. appliq. en a soit se, la force du pied de biche, h f, agit contre la roue K f, Z, la force du balancier K n, agit contre la roue, l o, r le p.^o a nous man. a c, a c b, b, K n, c. K f, d, l q, f, l o g.

l'on aura (art. 39) p se :: b. a et (art. 43) se Z :: c d, Z r :: f. g. donc p se z. se z r :: bc f a d g. ou p r :: bc f, a d g,

Il faut remarquer qu'à fin que les pieds de biche d e. h, f. agissent d'une force égale contre la roue K C, ils doivent être placés de manière que les perpend. qui tomb. du point fixe C sur leurs direct. soient égales.

Les exemples qu'on vient de rapporter suffisent pour qu'il n'existe plus aucune difficulté dans l'examen des machines composées tel que puisse être le nombre et la diversité des machines simples qui le composent et l'on trouvera toujours le rapport de la puissance qui fait agir la première machine à l'effet de la d.^{re} en suivant l'art. 56. avec la même facilité

Coroll. général.

66. Il est clair que toutes les quantités qui entre dans le analog. précéd. étant données excepté une, celle cy sera aussi donnée, car pour cela il n'y a qu'à faire le produit des extrêmes égal aux produits des moyennes et divisé par les quantités

qui accompagne ou qui multiplie le nombre quel on
 cherche qui par ce moyen deviendra comme à un égal a
 des quantités toutes connues où l'on remarque que les
 quantités qui entrent dans les analogies, ou plus on les
 petites puiss. lignes et parties des machines exprimées
 par lettres qui composent ces analog. doivent être comme
 par examen, même actuelle ou supposition

Exemple.

Soit l'analogie (de l'art. 60) p r :: a c f b d g, donc on
 connait toutes les quantités excepté p. en faisant le
 produit de ces extrêmes égal au produit de ces moyens on
 aura p b d g = r a c f et divisant tout par b d g. l'on a
 $p = \frac{r a c f}{b d g}$ donc puisque les quantités du second nombre
 sont connues, p le sera aussi soit par exemple

R = 30000	} L'on aura R a c f = 30000 + 1/2 + 1/2 + 3/7
a, AB = 1/2	
c DE = 1/2	
f GH = 3/5	
b AC = 5	
d DF = 6	
g GI = 7	

$= \frac{90000}{20}$ ou $\frac{9000}{2}$ ou 4500 et b d g = 5
 $+ 6 \times 7 = 210$ donc $p = \frac{4500}{210}$ ou $\frac{450}{21}$
 ou $\frac{150}{7}$ ou $21 \frac{3}{7}$ de l'ura

Soit encore l'analog. de l'art. 6. p r :: b d.
 c f, ou l'on connait toutes les quantités excepté R, r b d = p c f
 donc $R = \frac{p c f}{b d}$ et par conséquent R sera comme soit par
 ex. p = 30. AB = 3 p d... et par conseq. C = $\frac{66}{7}$ quel on
 trouve en faisant 7. 22 :: 3 $\frac{66}{7}$ f. (CE) 5 pieds b. (FG) 1/2 pi
 d. (CD) 1/2. l'on aura p c f = 30 x $\frac{66}{7}$ x 5 = $\frac{9900}{7}$ et b d = $\frac{1}{8}$
 $r = \frac{p c f}{b d} = 113 + \frac{2}{7}$ et il en sera ainsi des autres

Proposition 8^o

qui est la converse de la six précédente

67. Si 3. puiss. p. q. r agis. sur un corps ou sur un point C,
 de manière que l'une des 3, r, agisse d'un sens contraire aux

2. autres sous proportion. avec 3 cotes ce, cf, cd , d'un parall.
 EF , fait sous leurs directions, ces 3 puiss. seront en équilibre

Demonstration

Puisque (hyp) les 3 puiss. p, q, r . sont proport. avec 3 lignes
 ce, cf, cd , elles sont art. 15. capables agiss. séparément de
faire parcourir avec corps C les espaces ce, cf, cd , en même
temps ou en temps égaux, mais art. 17. ces deux puiss. p et q
agiss. ensemble sont capables de faire parcourir au corps
 C , la diag. cd , dans le même temps les 2 puiss. p et q .
Sont donc capables de produire agiss. ensemble, le même
effet que la puiss. r , et par conséquent la puiss. r agiss. seule
d'un sens contraire et selon sa propre direct. empêchera
l'effet de p et q . et tiendra le point C en repos ou en équilibre
 $C. q. f. D.$ si p . étoit la puiss. resist. seroit dans l'angr ec & cf

Corol.

68. Il est clair que les analog. des 6 premières propositions étant
supposées, on en conclura l'équilibre en les ramenant aux
termes de cette proposition.

Exemple 1. pour le levier

Les analog. du levier sont (art. 39) $p q :: dh. dg.$ (2^o)
 $q r :: ah, ag. p r :: bh, bg.$

1^o (fig.) $p q :: dh, dg :: \sin dch. \sin dce :: \sin$
 $d cf. \sin cd. f :: \text{comme } d f. cf :: ec, cf. \text{ donc } p q :: ec,$
 $cf, \text{ ou } p ec: q. cf$

2^o (fig.) $q r :: ah, ag :: \sin dce, \sin ecf :: \sin dce,$
 $\sin ced :: ed, cd :: cf, cd, \text{ donc } q r :: cf, cd, \text{ ou } q. cf: r cd.$

3^o (fig.) $p r :: bh, bg :: \sin dcf, \sin ecf :: \sin dcf,$
 $\sin cfd: df, cd :: ec. cd. \text{ donc } p r :: ec. cd. \text{ ou } p. ec ::$
 $r cd. \text{ donc } p, q, r \text{ sont proport. avec trois cotes d'un parall.}$
 $ef. \text{ donc (art. 67.) elles sont en équilibre. }$

Exemple 2^e

Si un plan incliné sa direction étant parallèle au plan
 L'on a (art. 46) $1^{\circ} q \cdot p :: bo. ba :: ed. ec :: fc. ec$, donc
 $q \cdot p :: fc, ec, ou q. fc :: p \cdot ce$.

$2^{\circ} q \cdot r :: bo, oa :: f.c \cdot cd$, donc $q \cdot r :: fc, cd, ou q. fc :: r \cdot cd$.

$3^{\circ} p \cdot r :: ba, bo :: ce, cd$, donc $p \cdot r :: ce, cd, ou p \cdot ce :: r \cdot cd$.

Et par conséquent les trois puiss. $p \cdot r \cdot q$ sont proportionn. aux
 3. cotes ce, cd, cf , du parall. ef . donc (art. 67) elles sont
 en équilibre, il en est ainsi des autres positions de la direct.
 q . Voicy quelques problèmes pour certains cas qui ne
 paroissent pas se tirer immédiatement des analogies précéd.^{tes}

Problème 1^{er}

69 Deux poids ou deux puiss.^{es} p et q étant donnés et appliq.
 à deux points, a et b . d'un levier dont la partie ab , en
 Fig. 32. donné il faut trouver le point d'appuy d , en sorte que les
 deux puiss. p, q soient en équilibre.

Ce problème renferme deux cas. Car ou les deux puiss.^{es}
 p, q sont les deux agis. fig. 1^{re} ou l'une des deux en la
 resist. fig. 2^{de}.

Solution du 1^{er} cas

Faites comme la somme des poids $(p + q)$ en à l'une des
 deux (p) ainsi a, b , à un quatrième terme qui sera
 b, d , qui répond à p , et qui déterminera le point d .

Démonst^{ion}

L'on aura (art. 40) $q \cdot p :: ad \cdot b, d$, et composando. $q +$
 $pp :: (ad + b, d) \cdot ab \cdot b, d$, ce qu'il falloit démontrer

Solution du 2^{de} Cas

Faites comme la différence des deux poids $q - p$. au poids
 p , ainsi a, b , à un 4^{de} terme il viendra b, d qui répond
 à p et qui déterminera le point cherché d .

L'on a (art. 40) $q p :: a d, b d$, et diuidendo $q-p.p :: (a-b-bd) ab bd$, ce qui f. D.

L'on a supposé a dans les deux cas précéd. les direct. parall. Si on les suppose présentement concourantes en un point C, voici comment on résoudra le problème.

1°. Si les puiss. p et q , sont les agis. (fig. 3) ayant pris ce , cf sur leur direct. telle que $p q :: ce$, cf et achevé le parall. ef , la diag. CO prolongée si en nécessaire coupera ab . au point cherché d , car en supp. que la diag. CO au même rapport à la puiss. qui agit sur le point D . que je nomme r , que ce à p . et cf à q . ces 3 puiss. seront en équil. par l'art. 67.

2°. Si la puiss. q . est la resist. (fig. 4) ayant pris sur les direct. de p et de q . les lignes ce , co , telles que $p q :: ce$ co et achevé le parall. ef , le côté cf prolongé coupera ab . prolongé au point cherché, car supposant que la puiss. qui agit sur le point d , que je nomme r au même rapport à $f-c$, que p à ec et q à oc les trois puiss. $p q r$. seront (art. 67) en équilibre.

Coroll.

70.
fig. 55.

Il suit de ce problème que si l'y avoit plusieurs poids ou puiss. $p. q. r. s. t.$ appliq. à un levier ab , selon les direct. quelconq. on trouveroit facilement le point d'appui commun à tous, où ce qui est la même chose leur centre de gravité commun, les intervalles ac, cd, de, eb , étant données, car il n'y auroit qu'à les réduire tous à deux en trouvant par le prob. précéd. le point d'appui de 2. à la fois, il en regardé ensuite comme un seul appliqué au point d'appui trouvé, ensuite trouver le point d'appui de 2. autres et le regarder comme un seul appliqué à ce point, et ainsi de suite, jusqu'à ce que on les ait tous réduits à deux,

Le point d'appui de ces deux qui sont composés de tous les autres, sera le point cherché, par exemple le point d'appui de p . et de q . ayant trouvé qu'il est en i , dont la direction est im , je suppose $m = p + q$. je trouve pour le point d'appui de s . et de t . dont la direction est kn . et je suppose $n = s + t$ je trouve l , pour le point d'appui de m et de r dont la direction est lo , et je suppose $o = m + r$ je trouve k . pour le point d'appui de o , et de n , dont la direction est ku , et le point k sera le point d'appui commun des points p . q . r . s . t . s'il n'y en a point d'autre.

Problème 2^e

71 Deux puiss. p et q . étant données et appliquées à une corde sans pesanteur trouver la position de cette corde

Solution

Soit prise la 3^e ligne p . q . r proport. aux deux puiss.^{es} p . q . et au poids r , et ayant placé r dans une situation d . c , verticale ou perpend. à l'horizon, soit fait le triangle cde , dont le côté de , soit égal à p et $co = q$. et d'un point quelconque c pris sur le plan du triangle cde soit menées les lignes cf , parall. à ed et ce parall. à d . f , Je dirai que le poids r appliqué en c . sera en équilibre avec les puiss. p et q .

Démonstration

Elle est évidente art. 67. puisque p . q . r sont cor. 1. proport. aux trois côtés cf , ce , cd , du parall. cf , le triangle ced . étant sembl. à CED , le triangle cde étant formé comme on vient de dire si on mène cf parall. à ed le probl. sera tout d'un coup résolu si les deux puiss.^{es} p . q . ne surpassoient pas le poids r , le probl. seroit impossible, ce qui est évident art. 30.

Probleme 3^e

72. Une puiss. ^{ce} agis. p. et la resist. r. etant donnees et appliq. a deux points A et D. d'un levier AD. indefinitely prolonge sur D H. une autre puiss. q. donne quelconque 1^o en sorte que sa direction soit perpend. ou parall. a une ligne EG donnee de position

2^o on a un point donne quelconque p sur D H pourvu qu'il ne soit pas plus pres de D que le point B. ou la puiss. q. etant appliq. sur une direction perpend. au levier seroit en equilibrium avec la puiss. p

Solution

Il faut 1^o determiner le point b ce qui en fait cas on a art. 40 p q :: d h b a et par art. 66. q. x d b = p x d a donc $d b = \frac{p x d a}{q}$ ainsi voila le point b determine puisque la quantite egale a ob est toute connue, cela fait du point d par b soit decris le cercle b h, il est clair que la puiss. q. agis. toutes les directions possibles r. c. k. c. u. qui touchent le cercle et qui rencontrent le levier dans sa partie b. h. Satisfait au probleme, Cas ayant mene du centre d, aux points touchants les rayons d i, d k, de ils sont tous egaux chacun a D b, et on a (hipp) et const. p q :: d b, ou d i ou d k ou d e d a, et par consequent art. 67. 68. les trois puiss. p q. r sont en equilibrium

Si l'on mene d e perpend. a. fg et di parall. a la meme fg la puiss. q. agis. selon la tang. et, ic Satisfera au 1^o cas.

Si d'un point donne c sur b h, l'on mene les tangentes c i, c k, la puiss. q. agiss. selon les direct. i, et C, Satisfera au 2^o cas.

Remarque

Si l'angle au point a fait par le levier et la direction $dep.$ il faut mettre au lieu de $d.$ à la perpend. qui tombe du point d sur la direction $dep.$ par tous ou se trouve d a suivant ce qui en démontre dans l'art. 39.

Si l'on veut que la direction de la puis. $q.$ fasse avec le levier un angle égal à l'angle donné l'on satisfera au prob. en menant un rayon comme CK qui fasse l'angle CDK , égal à l'angle donné, car l'ang. KC fera l'angle dCK égal à l'angle donné.

Ces trois prob. suffisent pour faire voir comment on pourra résoudre tous ceux que l'on pourra proposer sur la mécanique pourvu que l'on ne perde point de vue les principes précédents, voici un theoreme qui en un paradoxe de mécanique.

Theoreme

73. Soit un levier angulaire ac $b.$ la pui en $C.$ don les bras ac , $c b.$ sont égaux ac , est horizontale et $c b.$ incliné si l'on met à l'extrémité $b.$ un p. $p.$ appuyé par un plan vertical hk , et que le p. $p.$ soit tel qu'il fasse équilibre avec $m.$ appliq. à l'extrémité a je dis que le p. $m.$ sera au p. $p.$ en raison directe des dist. du point d à pui aux lignes de direction ayant prolongé ac vers r , mené cg , parall. à kh , mené du centre de gravité du poids $p.$ les perpend. ps , epf sur $c b.$ et hk et ps parall. à $h. k.$ l'on achevera le parall. $ef.$

Il faut prouver que $M. p. :: ac, cg,$

Démonstration

ayant nommé $sc.$ la force dont le poids p agit sur le point

6. Selon la direct. b e perpend. ^{re} a c b. à cause de l'équil.
 quel'on suppose l'on aura art. 39 m x:: c b, c a
 maia art. 25 x p:: p c, p d:: b c, c g. donc x p:: b c,
 c g. et en multipliant la 1.^{re} et la dernière analogie
 terme par terme l'on aura m. p:: c a. c g. en divisant
 les deux termes du 2.^e rapport c a. ce qui fait
 Démontré.

fin
 Ce 2. may 1735

Traité

Du mouvement Local

Définition

74. C'est le mouvement d'un Corps ou mobile d'un point donné à un autre point donné ou en donnera une définition plus exacte qui expliquera parfaitement sa nature.

Un corps peut être mis en deux manières ou entouré autour de lui même ou autour de son axe comme vne boule qui roule sur un plan ou en glissant, c'est à dire que la partie antérieure demeure antérieure pendant tout le ~~tem~~ mouvement, ainsi le corps C, se mouvera en glissant le long de a b, si la partie supérieure g demeure toujours supérieure à la partie antérieure f. demeure toujours ant.

Coroll.

75. Il est clair 1^o que tous les points d'un corps qui se meuvent en roulant décrivent des lignes courbes dont la longueur est d'autant plus grande que les points décrivent sont plus éloignés de l'axe excepté ceux qui sont dans l'axe qui décrivent des lignes droites égales, si le plan le long duquel le corps se meut est droit

2^o que tous les points d'un corps qui se meuvent en glissant décrivent des lignes droites égales, si le plan le long duquel il se meut est droit et que si ce plan est courbe les lignes décrites seront aussi courbes et parall. à ce plan, de sorte que la somme de toutes ces lignes droites par tous les points d'un mobile est toujours égal à la ligne droite

par son centre de gravité autant de fois répété qu'il y a de points dans le mobile, lorsqu'il se meut en glissant sur une ligne droite ou sur une ligne courbe.

Tout le monde convient que le mouvement en une quantité successive de toutes les parties se succèdent ou existent que d'elles unes après les autres, il s'agit donc d'exprimer cette quantité, or il est clair que puisque tous les points du corps qui en un d'écrit ou parcourent chacun une ligne droite ou courbe en s'appliquant successivement à tous les points de cette ligne, et que la multiplication d'un point par une ligne exprimé parfaitement bien l'application d'un point à toutes les parties de cette ligne, il est clair dis-je que la quantité de mouvement d'un corps en égale à la somme du produit de tous les points qui composent un corps chacune par la ligne qu'il parcourt, d'où l'on tire cette définition générale du mouvement local et successif.

Définition générale du mouvement local.

76. Le mouvement d'un corps soit en roulant soit en glissant est l'application de tous les points ou parcelles qui le composent chacun à tous les points de la ligne qu'il parcourt.

Coroll.

77. De là il est évident, qu'il est impossible d'exprimer la quantité du mouvement d'un corps qui se meut en roulant puisqu'on ne connoit point ni le nombre des points qui le composent ni la longueur des lignes que chacun parcourt, excepté celles qui sont parcourues par les points qui sont dans l'axe. Car toutes les autres sont des espèces de périclôides qui sont irrégulièrement inégales.

Il n'en est pas de même de ce corps qui se meut en glissant, Car, 1°. S'ils se meut en glissant sur une ligne droite

ces lignes parcourues par chaque point sous toutes égales
 et alors le produit de tous les points qui composent un
 Corps chacun par la ligne qu'il parcourt en égal au produit
 de la somme de tous les points, C'est à dire de la masse
 entière de ce corps par une seule de ces lignes

2.° S'ils sont sur une ligne courbe, la ligne courbe
 parcourue par son centre de gravité est un moyennement
 arithmétique, entre toutes les lignes parcourues par les
 autres points prises 2 à 2. à égale distance de celle qui
 en décrit par le centre de gravité, ainsi ce sera encore
 la même chose, car la somme des produits de chaque
 point du corps sur la ligne parcourue par son
 centre de gravité; D'où il suit une définition particulière pour
 les mouvements en glissant sur une ligne droite, soit en
 ligne courbe.

Définition des mouvements en glissant

78 Le mouvement en glissant est l'application d'un corps à toutes
 les parties du chemin parcouru par son centre de gravité
 Coroll.

79 D'où il suit que si on nomme la masse du corps m .
 l'espace parcouru par son centre de gravité, le produit me
 exprimera parfaitement la quantité de son mouvement
 le long de la ligne e , soit qu'il parcoure des parties égales,
 entières égales, ou qu'il avertisse ou qu'il accélère son mouvement.

80 Mais il est clair qu'un corps ne peut se mouvoir lui
 même, il est indifférent au repos ou au mouvement, il
 est donc nécessaire qu'il se trouve une force non seule-
 ment que le bras ou commence de le mettre en mouvement
 mais encore que lui soit immédiatement appliqué
 tout le temps de son mouvement, car le mouvement
 est une quantité successive, ses parties ne coexistent

quel es unes après les autres, ainsi le mouvement du 1.^{er}
 instans en differens du mouvement du 2.^{er} et ainsi de
 suite, d'où il suit que la force qui le meut pendant les
 instans ne soit pas la même que celle qui le meut pendant
 le 2.^{er}, et ainsi de ces autres, il faut donc pour entretenir
 un corps en mouvement une suite de forces successives
 dont le nombre soit égal à celui des instans pendant lesquels
 un corps demeure en mouvement, d'où il suit qu'un
 corps mis une fois en mouvement y doit demeurer
 éternellement à moins qu'il ne se rencontre quelque obstacle
 qui l'arrête, ou que cette suite successive de forces
 n'aille selon une progression qui se termine à zero sans
 avoir un nombre infini d'eternes finies, telles que sont
 les progressions arithm. qui vont en diminuant. C'est de là
 que l'on voit que les corps pesants doivent nécessairement
 retomber après avoir été poussés en haut, car comme
 on verra dans la suite le poids agit d'un sens
 contraire à la force mouvante, de manière que la force
 mouvante décroît selon une progress. arithm. qui se
 termine bien tôt à zero, après quoi le poids pesant agit seul
 les fait retomber.

Coroll. 1.^{er}

81 Il est clair 1.^o que si les forces qui composent cette
 suite succes. sont toutes égales, le mouvement sera
 nommé uniforme, c'est à dire que les corps mis en
 mouvement parcourront des espaces égaux, dans des tems
 égaux, 2.^o si la force en moindre que la 2.^o, la 2.^o moindre
 que la 3.^o les corps mis en mouvement de plus vite en plus vite
 et le mouvement sera dit accélére et les corps parcourront
 une espace plus grand au second tems qu'au 1.^{er} plus
 grand au 3.^o qu'au 2.^o

Si la 1.^{re} force est plus grande que la 2.^{de} et la 2.^{de} plus grande que la 3.^{de} & les corps seront ^{sera nommé} un adernoina vite en moins vite, et le mouvement retardé

Coroll. 2.^o

Il est encore clair que la somme de toutes les forces nécessaires pour faire parcourir à un corps un espace donné dans un temps déterminé sera exactement exprimée par la somme de tous les produits de tous les instans qui composent le temps déterminé du mouvement multipliés chacun par la force correspondante, soit que le mouvement soit uniforme, soit accéléré ou retardé. on expliquera la manière d'exprimer les sommes de ces produits tant pour les mouvements uniformes, que pour les mouvements accélérés selon l'hypoth. de galilée, qui en la suite de tous les philosophes conviennent; on ne parlera pas des mouvements retardés.

Des mouvements uniformes

Toutes les especes de mouvement ne diffèrent que par l'express. de la somme de forces qui les causent.

83.

Or il est clair que dans les mouvements uniformes la somme de ces forces nécessaires pour faire parcourir à un corps un espace donné dans un temps déterminé sera exactement exprimé par l'aire d'un rectangle a b c d. dont un costé a b. exprime la 1.^{re} force et l'autre costé b c, le temps total, car la 1.^{re} force a b, demeurant toujours la même, dans tous les instans qui composent le temps total b c, le produit de a b, par b c qui est l'aire du rectangle a b c d, sera égal à la somme des produits de tous les instans qui composent b c, multipliés chacun par a b, c'est pour quoi si l'on nomme a b. f, b c, t, Ft, exprimera exactement la somme des forces necess.

pour faire parcourir à un corps un espace dans le
temps t ,

84

Si l'on suppose présentement pour comparer ces
mouvements un autre corps dont l'amasse soit μ
l'espace qu'il doit parcourir E , la 1^{re} force qui le doit
mouvoir Φ , le temps de son mouvement Θ , l'on aura (art.
79) μE , pour la quantité de son mouvement et $\Phi \Theta$
pour la somme des forces neces^{es} pour faire parcourir
au corps μ l'espace E . pendant le temps Θ .

85.

Or puis que les effets sont proport. à leurs causes les
forces qui produisent les quantités de mouvements leur
doivent être proport. c'est pourq. l'on aura $ft, me ::$
 $\Phi \Theta. \mu E$. d'où l'on tire $me \Phi \Theta = \mu E ft$, pour une règle
générale de mouvements uniformes à laquelle on
pourra appliq. toutes les hipp. imaginables sans qu'il
soit fait mention de ces vitesses.

86.

Lors qu'on a présentement des règles qui contiennent
leur vitesses, il faut observer, que plus la vitesse d'un
un corps parcourt un certain espace en ^{grande} ~~plus~~
le temps qu'il emploie à parcourir cet espace est petit, et au
contraire plus la vitesse est petite plus le temps est grand
et le temps employé à parcourir un certain espace
diminue dans la même proportion que la vitesse augm.
et au contraire ce qui est évident. C'en pour quoi si l'on
divise l'espace parcouru par le temps employé à le
parcourir. le quotient exprimera parfaitement la
vitesse du mobile, puis que une même grandeur étant
divisée par des grandeurs différentes, les quotients sont
en raison reciproque de ces diviseurs nous avons donc coe
auparavant l'espace E , le temps t , et la vitesse v . l'on
aura $\frac{E}{t} = v$, et nous aurons encore une autre espace E
un autre temps Θ et une autre vitesse u , l'on aura

$\frac{E}{\theta} u$, et multiplians les 2. equations en croix l'on aura $\frac{eu}{t} = \frac{E\theta}{\theta}$ ou en otant les fractions eu. $\theta = E\theta t$, pour une 2^e regle qui comprend les vitesses

Maia cette equation donnee $v \cdot u :: e \theta \cdot Et$, et celle de l'art. preced. $\mu \cdot f, m \cdot \phi :: v \cdot u$ donc $m \cdot \phi \cdot v = \mu \cdot fu$ pour une 3^e regle qui comprend aussi les vitesses,

Regles Generales pour les mouvements uniformes.

- 1^{re} ... $m \cdot e \cdot \phi \cdot \theta = \mu \cdot E \cdot f \cdot t$
- 2^e ... $e \cdot \theta \cdot u = E \cdot t \cdot v$
- 3^e ... $m \cdot \phi \cdot v = \mu \cdot f \cdot u$

ces trois regles comprennent tout ce qui regarde les mouvements uniformes qu'on ne tombera jamais

dans aucune supposition qu'on ne puisse tirer ce qu'on cherche, ou démontrera ce qu'on veut démontrer, et cela avec toute la facilité possible, si l'on suit le principal general pour démontrer tous les theoremes de mathematique que nous avons expose dans notre introduction à l'application de l'algebre à la geometrie qui est de rendre l'hypothese semblable à la consequence apres avoir mis l'un et l'autre en equation

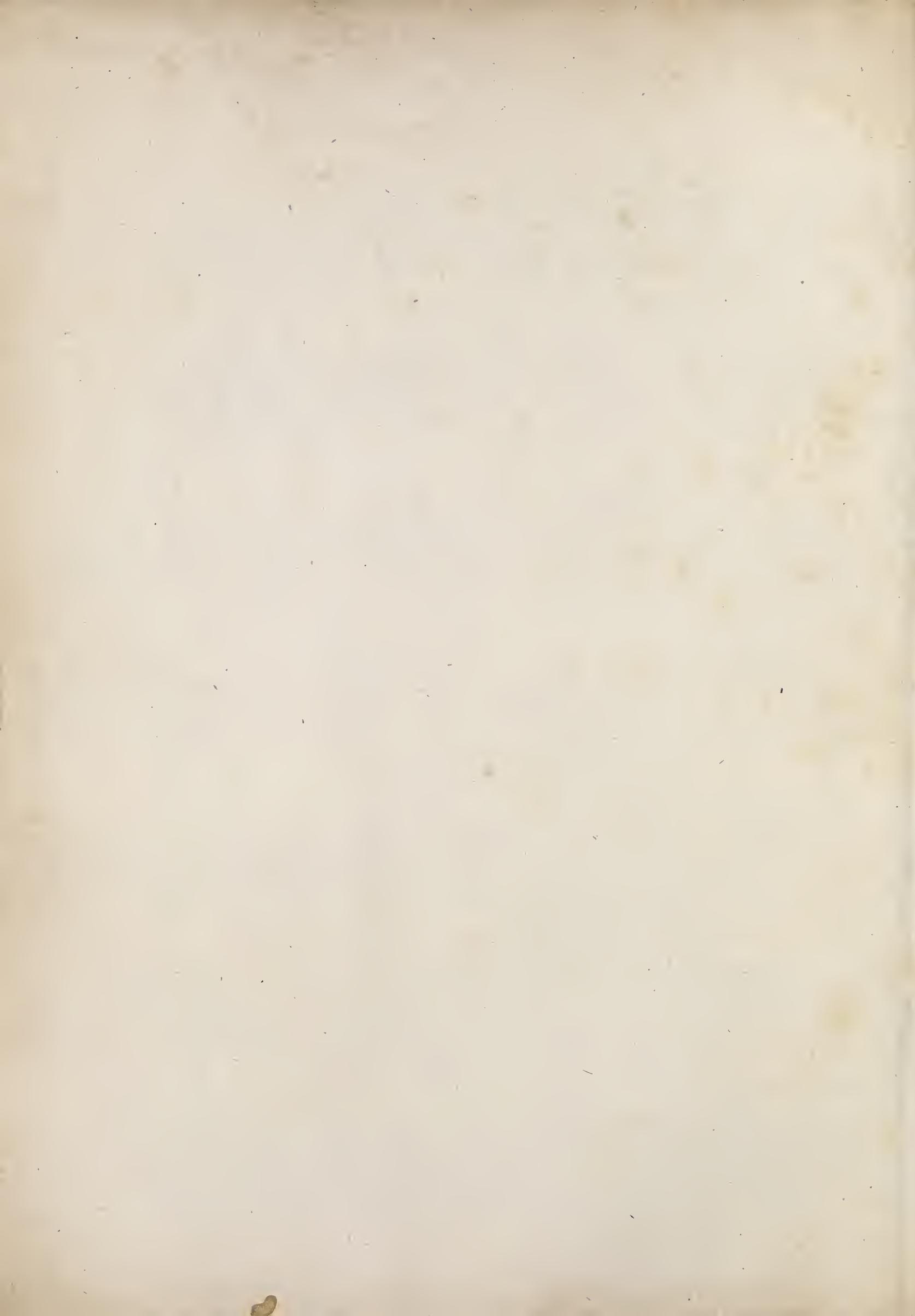
Voici des regles precedentes.

87. 1^o Il faut entirer toutes les analogies quelles renferment dans l'etat ou elles sont, ainsi la 1^{re} donnera

- 1^{re} ... $m, \mu :: Eft, e\phi\theta$
- 2^e ... $e, E :: \mu ft, m\phi\theta$
- 3^e ... $f, \phi :: m\theta, \mu et$
- 4^e ... $t, \theta :: m\phi, \mu Ef$
- 5^e ... $m, \theta :: \mu t :: Ef, e\phi, \theta$
- 6^e ... $e, E :: t, v, \theta$
- 7^e ... $t, \theta :: eu, Ev$
- 8^e ... $m, \mu :: fu, \phi v$

la 3^e et 4^e donneront

la 1^{re} et 2^e



Sp. 27. Des Mouvements

n^o 46

plus l'air. Les deux corps parcourent un
 certain espace est grand, plus le temps
 qu'il employe à parcourir ce même
 petit, ou qui est la même chose. Plus le temps
 qu'il employe à parcourir un espace est petit, plus
 la vitesse est grande.

un corps parcoure 20 pieds en 2 secondes	--- 20 / $\frac{2}{10}$
le même corps parcoure 5 pieds en 10 secondes	20 / $\frac{1}{4}$
la même vitesse est la même puisque les corps 10 pieds en 2 secondes que la même parcoure 5 secondes	5

2^o on fait telles suppositions quel'on veut et par des analog.
 l'on decouvre ce qui doit suivre des suppositions quel'on a
 faites, par exemple, si l'on suppose les tems égaux
 $t = \theta$ la 1^{re} regle se change en celle cy $m e \varphi = u$ e si l'on aura

$$9 \dots \dots m \mu :: E f \varphi$$

$$10 \dots \dots e E :: \mu f m \varphi \theta$$

La 2^{re} regle se changera en celle cy $e u = E v$ et l'on aura

$$11 \dots \dots e E :: v u$$

Il en en de meme de a autres lettres

Si $m \mu :: f \varphi$ et partant $m \varphi = \mu f$ la 1^{re} regle deviendra
 $e \theta$ et par ce que $m \varphi$ détruit μf l'on aura

$$12 \dots \dots e E :: t \theta$$

Et la 3^{re} regle donnera 13 $v = u$.

Si $m \mu :: \varphi f$ et partant $m f = \mu \varphi$, mais comme rien
 ne se détruit par cette supposition

Il faut multiplier les 1^{re} membres de la 1^{re} et 3^{re} équation
 par le premier de celle cy et le second par le deux^{es} ensuite les
 1^{re} membres de la 1^{re} 2^{re} et 3^{re} et par le second de celle cy, et
 les seconds par le 1^{er} et la premiere donnera après avoir été
 ce qui détruit $m m e \theta = \mu \mu$ Et $e \varphi \varphi \theta = E f f t$.

La 2^{re} $m e f \theta u = \mu e \varphi t v$ et $\mu e \varphi \theta u = m E f t v$.

La 3^{re} $m m v = \mu \mu u$ et $\varphi \varphi v = f f u$, d'où l'on tirera des
 analog. comme l'on a fait et sur quoi l'on fera des nouvelles
 suppositions qui fourniront encore d'autres regles de sortes
 que cela va à l'infiny

Maniere de rendre les analogies précédentes

La 1^{re} $m \mu :: E f t e \varphi \theta$ se noue ainsi

Les masses de a Corps sont en raison composée des forces
 et des densités directes et des espaces reciproquement

La 3^{re} $f \varphi :: m e \theta \mu$ Et ainsi

Les premieres forces sont en raison composées des quantités

de mouvement directement et des tems reciproquement.

La 6.^e e E:: tv. Ou. . . . ainsi

Les espaces parcourus sont en raison composee des temps et des vitesses ou sont entendus directement

La 7.^e t θ:: eu. Ev. ainsi,

Les tems sont en raison composee des espaces directement et des vitesses reciproquement.

La 11.^e e E:: v u ainsi

Les espaces sont comme les vitesses. Il en est ainsi des autres, l'ordre des lettres fait distinguer le direct d'avec le reciproque.

Des mouvements

accélerez des Corps pesants

88.

Il en est certain qu'un corps pesant en tombant parcourt un espace plus petit au 1.^{er} instant de sa chute qu'au second, plus petit au second qu'au 3.^e et ainsi de suite, car au 1.^{er} instant il n'a que le mouvement que sa pesanteur lui imprime, au 2.^e instant il a le mouvement où la vitesse qu'il a reçu de sa pesanteur au 1.^{er}, et outre cela il reçoit encore un second coup de sa pesanteur qui augmente la vitesse qu'il avoit déjà, au 3.^e instant il reçoit encore un 3.^e coup de sa pesanteur qui augmente encore la vitesse et ainsi de suite jusqu'à l'infini de sa chute, Or Galilée suppose que les coups qu'un corps reçoit de sa pesanteur à chaq. moment de sa chute, sont tous égaux, ou ce qui en la même chose que la pesanteur agit également sur un corps qui tombe, dans tous les instans de sa chute, d'où il suit que la force qui pousse un corps au 1.^{er} instant qui est la pesanteur devient double au 2.^e instant, triple au 3.^e et ainsi de suite, de sorte que les forces qui font tomber les corps, qui ne sont que des corps

réitérez de leur pesanteur naturelle, sont entre elles comme
 les ^{temps} employés en comptant depuis le 1.^{er} instant de sa chute.

Fig. 40.

Si l'on veut donc que $a b$. exprime le temps qu'un corps
 employe à parcourir un espace quelconque $I K$ et qu'on
 suppose $a b$. divisée en une infinité de parties $A_1, 2, 3, \&c$
 A_1 , exprimera le 1.^{er} instant $1 d$, le 2.^{er} $2 d$. le 3.^{er} $3 d$.

Si l'on tire présentement la ligne $I D$ perpend. à $a b$, et
 que l'on suppose que $I D$. exprime la 1.^{re} force ou la pesanteur
 de ce corps au 1.^{er} instant de sa chute ayant mené par A et
 D . la ligne $A D$ prolongée vers C . et par la ligne $B C$ parall.
 à $I D$. les lignes $2 d, 3 d, \&c$ exprimeront les forces qui
 agissent au 2.^o et 3.^o instant puisque à cause des triangles
 semblables $A_1, 1 d :: A_2, 2 d :: A_3, 3 d, \&c$ et par conséq.
 la superf. du triang. $a b c$ exprimera la somme de toutes
 les forces nécessaires pour faire parcourir au corps supposé,
 l'espace $I K$ en tombant par son propre poids pendant le temps
 $a b$. de sorte qu'en nommant le temps total $a b$, la 1.^{re}
 force ou le poids exprimé par $I D$, f , les n instants $a t$,
 t , l'on aura $I. f :: t. f \frac{t}{1} = f t = b c$, pour la 1.^{re} force
 que le corps doit avoir au point K ou à la fin de sa chute,
 et par conséquent $f \frac{t^2}{2}$ qui est la superficie du triangle
 $a b c$, est la somme des forces capab. de faire parcourir au
 même corps l'espace $I K$ pendant le temps t , nommant
 donc la masse de ce corps m l'espace $I K$ l'on aura
 art. 79. $m c$, pour la quantité du mouvement causé par
 les forces $f \frac{t^2}{2}$ de même en nommant la masse d'un autre
 corps ϕ , l'espace qu'il doit parcourir E . le temps pendant
 lequel il doit parcourir cet espace θ . la pesanteur ou
 la 1.^{re} force Φ , l'on aura (art. 79) ϕE , pour la quantité de
 mouvement du corps ϕ , en tombant le long de l'espace E ,
 pendant le temps θ en vertu de $\frac{\Phi \theta \theta}{2}$ qui est la somme de sa

Forces capables de faire parcourir E pendant le temps θ et par conséquent les effets sont proportionnels à leurs causes, l'on aura $\frac{f\theta}{2} m e :: \frac{\varphi\theta\theta}{2} \mu E$, donc $m e \varphi\theta\theta = \mu E f \theta$, mais les masses des corps étant proportionnelles à leurs pesanteurs, l'on a, $a m. \mu :: f. \varphi$ et partant $m \varphi = \mu f$ donc $e \theta\theta = E \theta$ en divisant le premier membre de la 1^{re} équation par $m \varphi$ et le second, par μf qui est une règle des mouvements accélérés.

89. On vient de voir (art. précédent) que les forces qui poussent les corps vers le centre de la terre sont à chaque instant comme le temps à compter du 1^{er} c'est pour quoi l'on a, $f. \varphi :: t. \theta$ mais les forces causent ou produisent les vitesses, c'est pour quoi elles leur sont proportionnelles. (Les effets étant proportionnels à leurs causes) et partant les vitesses, $a 1, a 2, a 3$. &c. $d e, a b$, qui expriment les temps, les lignes parallèles $1 d, 2 d, 3 d$. &c. qui expriment les forces exprimeront les vitesses correspondantes, nommant donc la 1^{re} vitesse $b c$, du corps m , v , la dernière du corps a , u , l'on aura $t, \theta :: v, u$ et partant $t u = \theta v$ qui comprend les vitesses du corps m et μ à la fin de leurs chutes (l'on a aussi $f. \varphi :: v u$).

$$1 \dots m e \varphi \theta \theta = \mu E f \theta \quad (3^e \text{ } e \theta \theta = E \theta$$

$$2 \dots t u = \dots \theta v.$$

Regles pour les mouvements accélérés
 Ces Regles comprennent tout le traité de Galilée de motu naturali et accelerato et outre cela tout ce qu'on peut désirer sur cette matière dans la supposition des forces ou des vitesses proportionnelles au temps, en commençant à compter du point d'epoca, qui est le système de Galilée qui est le seul que l'on a envie, les autres ne s'accordent point avec les

expériences qu'on a fait de ces mouvements accélérés

Les principaux usages de ces deux règles se trouvent dans les Coroll. suivantes

Coroll. 1.^e

90. Il suit de ce que $m \phi = \mu f$, et par conséq. les masses et les pesanteurs des corps ne se trouvent plus dans la règle, que tous les corps de quelque nature et solide qu'ils soient doivent tomber également vite en supposant nulle la résistance de l'air, et la pesanteur agissant également dans tous les instans de leur chute. comme le prétend Galilée.

Coroll. 2.

91. L'on voit aussi que si un corps après être tombé d'une certaine hauteur, remonte à la même vitesse, acquise à la fin de sa chute, il remontera au point d'où il est parti dans un temps égal à celui de sa chute, car il en clair que les vitesses en remont. diminuent dans la même proportion qu'elles augmentent en descendant.

Coroll. 3.

92. L'on tire de la 3.^e règle $e \theta \theta = E t t$, c. $e :: t. \theta \theta$, c'est à dire que ces espaces parcourus sont comme les quarrés du temps, et par ce que $t \theta :: v u$, l'on a aussi $e E :: v v. u u$, C'est à dire que les espaces sont aussi comme les quarrés des vitesses.

Coroll. 4.

93. De là il est évident que les temps et les vitesses sont comme les racines quarrées des hauteurs et des espaces parcourus, car ces deux analogies $e E :: t. \theta \theta$, et $e E :: v v. u u$ donnent $\sqrt{e. E} :: t. \theta :: v. u$,

Coroll. 5.

94. D'où il suit encore, que si on fait des rapports d'égalité de ceux qui forment l'ancienneté $e :: t :: \theta\theta$ où $e :: t :: \theta\theta$ l'on aura $e = t$. et $E = \theta\theta$, un corps parcourant 1 Co^2 au 1^{er} instant ou $t=1$. aux 2^{es} p^{res} ou $t=2$. et $t=4$. il en parcourera 4. aux 3^{es} p^{res} ou $t=3$ et $t=9$ il en parcourera 9. aux quatre 1^{res} ou $t=4$ et $t=16$ il en parcourera 16 et ainsi de suite suivant l'ordre des quarrés.

Coroll. 6.

95 D'où l'on voit que dans les tems égaux et successifs un corps parcourant en tombant, des espaces qui suivent la progression arithmétique. des 1^{res} nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. &c[∞], Car en supposant comme dans le coroll. précédent. l'espace parcouru au premier tems 1 Co^2 et par conseq. aux deux premiers 4. aux trois premiers 9. &c[∞] l'espace parcouru au 2^e. sera $4-1=3$ au 3^e $9-4=5$, au 4^e $16-9=7$, au 5^e $25-16=9$. &c[∞]

Theoreme

96 Si un corps parcourant en tombant par sa propre pesanteur un espace IK perd un certain tems AB , il parcourra d'un mouvement uniforme perd. le meme tems AB . d'un espace double de IK , avec la force où la vitesse BC . acquis e à la fin de sa chute en K .

Démonstration

L'on a vu (art. 88.) que la somme des forces nécessaires pour faire parcourir à un corps en tombant par son propre poids un espace IK perd. le tems AB en exprimé par la hauteur du triangle ABC , dont la base BC exprime la d^{te}.

Force ou la dernière vitesse acquise à la fin de sa chute en K , or si le même corps est mis en mouvement avec la force ou la vitesse BC qu'il a acquise en tombant de L en K , et qui continue de se mouvoir uniformément pendant le temps AB , la somme des forces nécessaires pour le mouvoir pendant le temps AB (sera art. 83) le rectangle BE , donc le rectang. BE étant double du triangle ABC . et l'effet est en proportion à ces causes) l'espace parcouru en vertu des forces exprimées par le rectangle BE pendant le temps AB . sera double de l'espace IK parcouru en tombant en vertu des forces exprimées par le triangle ABC , pendant le temps AB . ce qu'il faut démontrer.

Coroll. 1.^o

97. Ce théorème contient une des principales propriétés des mouvements accélérés, car, il sert à les changer en uniformes et à les comparer avec les uniformes, car il n'y a qu'à doubler l'espace parcouru en tombant, et regarder cet espace comme parcouru uniformément avec la d.^{re} force, ou la d.^{re} vitesse acquise à la fin de sa chute exprimée par la racine de l'espace parcouru en tombant, ainsi en nommant IK , et la d.^{re} vitesse BC , v , le temps AB , t l'on aura (article 86)

$$\frac{2e}{t} = v = (\text{art. 93}) = \sqrt{e}.$$

Coroll. 2.

98. De là il est évident que $\frac{2e}{v}$ ou $\frac{2e}{\sqrt{e}}$ expriment le temps de la chute par IK d'un mouvement accéléré, car, $\frac{2e}{t} = v = \sqrt{e}$ peut changer en $\frac{2e}{v}$ ou $\frac{2e}{\sqrt{e}} = t$, ces deux coroll. rendant très facile la solution d'une infinité de problèmes des plus curieux.

Des mouvements des Corps

pesants sur des plans inclinés

99 Les mouvements des Corps pesants sur des plans inclinés

ne differe de precedente qu'en ce que les premieres forces
 qui font que les corps tombent ou s'approchent du centre
 de la terre selon la direction des poids est leur propre
 pesanteur que nous avons nommez art. 88. f et Φ : et les
 premieres forces qui les font mouvoir sur des plans
 inclinez est moindre que leur propre pesanteur dans la
 raison (art. 46) de la hauteur de ces plans à leur long. Con-
 p^r. quoi si l'on suppose deux corps dont les masses soient
 nommez m , et μ leur pesanteur ~~absolue~~, ~~est~~ f et Φ
 soutenu par deux puiss^{cs}. sur des plans inclinez AB .
 que je nomme e , et CD . que je nomme E ; dont la hauteur
 AE soit nommee h et CF , i , l'on aura (art. 46) $e(AB)$
 $h(AE) :: f \frac{fh}{e}$ pour la force qui soutient le corps m . sur
 le plan $e(AB)$ qui est la p^r. force qui fait mouvoir le
 corps m , sur le plan e , et $E(CD)$, $i(CF) :: \Phi \frac{\Phi i}{E}$ pour
 la force qui soutient le corps μ , sur le plan E , donc a fin
 que la p^r. et la 2^e. Equation de l'art. 89, $m e \Phi \theta \theta = \mu E f t$
 conveniement aux plans inclinez AB , CD , il faut en la
 place de f , et de Φ y substituer les forces $\frac{fh}{e}$ et $\frac{\Phi i}{E}$, et l'on
 aura $m e \Phi i \theta \theta = \mu E e f h t t$, et $m e \Phi i \theta v = \mu E f h t u$

Regles pour les mouvements des corps pesants sur les plans inclinez

$$1 \quad m e \Phi i \theta \theta = \mu E e f h t t$$

$$2 \quad m e \Phi i \theta v = \mu E f h t u$$

ou par ce que $m \Phi$ est toujours égale à μf

$$3. \quad e e i \theta \theta = E E h t t$$

$$4 \quad e i \theta v = E h t u$$

100. On fera le meme usage de ces regles que l'on a fait des
 regles des mouvem^{ts} unif. dans l'art. 87. Voici quelq. exemples
 sur des suppositions part^{es} l'aisant les analog. generales à cause
 qui les voudront faire

1^o. Si $h=1$ la 3^e règle donnera $e\theta\theta = EEt$, ou $e\theta = Et$ en extrayant de part et d'autre les rac. quarrées, et la 4^e donnera $e\theta v = Et, u$, ou $v=u$, a cause de $e\theta Et$, qui en la supposée d'égalité, qui en quelz vitesses sont égales à la fin des plans qui ont même hauteur.

2^o. Si $e=E$, la 3^e donnera $1\theta\theta = h tt$, ou $h.i::\theta\theta.tt$ ou $rh.rv::\theta t$ et la 4^e donnera $1\theta v = h tu$ ou $v.u::ht$ et θ ou $h.r::\theta v.tu$, ou $t\theta::v hu$.

3^o. Si $t=\theta$ la 3^e règle donnera $eei = EEh$, ou, $h.i::ee$ EE ou $r.h.rv::eE$ et la 4^e $eiv = Ehu$, ou $h.i::ev$ Eu ou $eE::hu$ uv , ou $vu::Eh$ ei .

4^o. Si, $eE::hi$, la 3^e donnera $e\theta\theta = EHeE::tt.\theta\theta$. ou $r.e.rE::t\theta$ et la 4^e $\theta v = tu$ ou $v.u:t.\theta$ il en est ainsi de toutes les autres suppositions qu'on peut faire.

Sur du mouvement local

(17 may 1735)

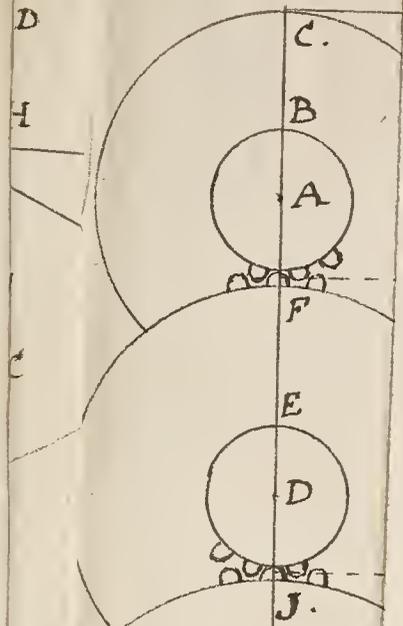


fig. 23.

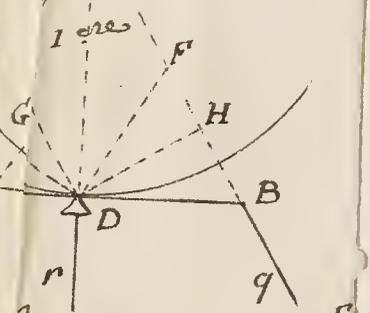
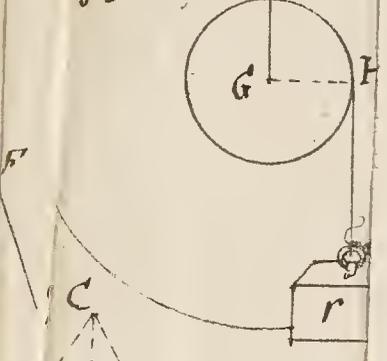


fig. 30.

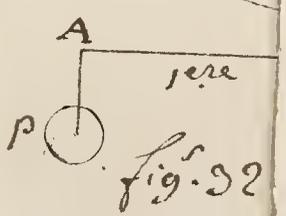
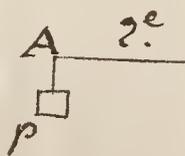


fig. 52



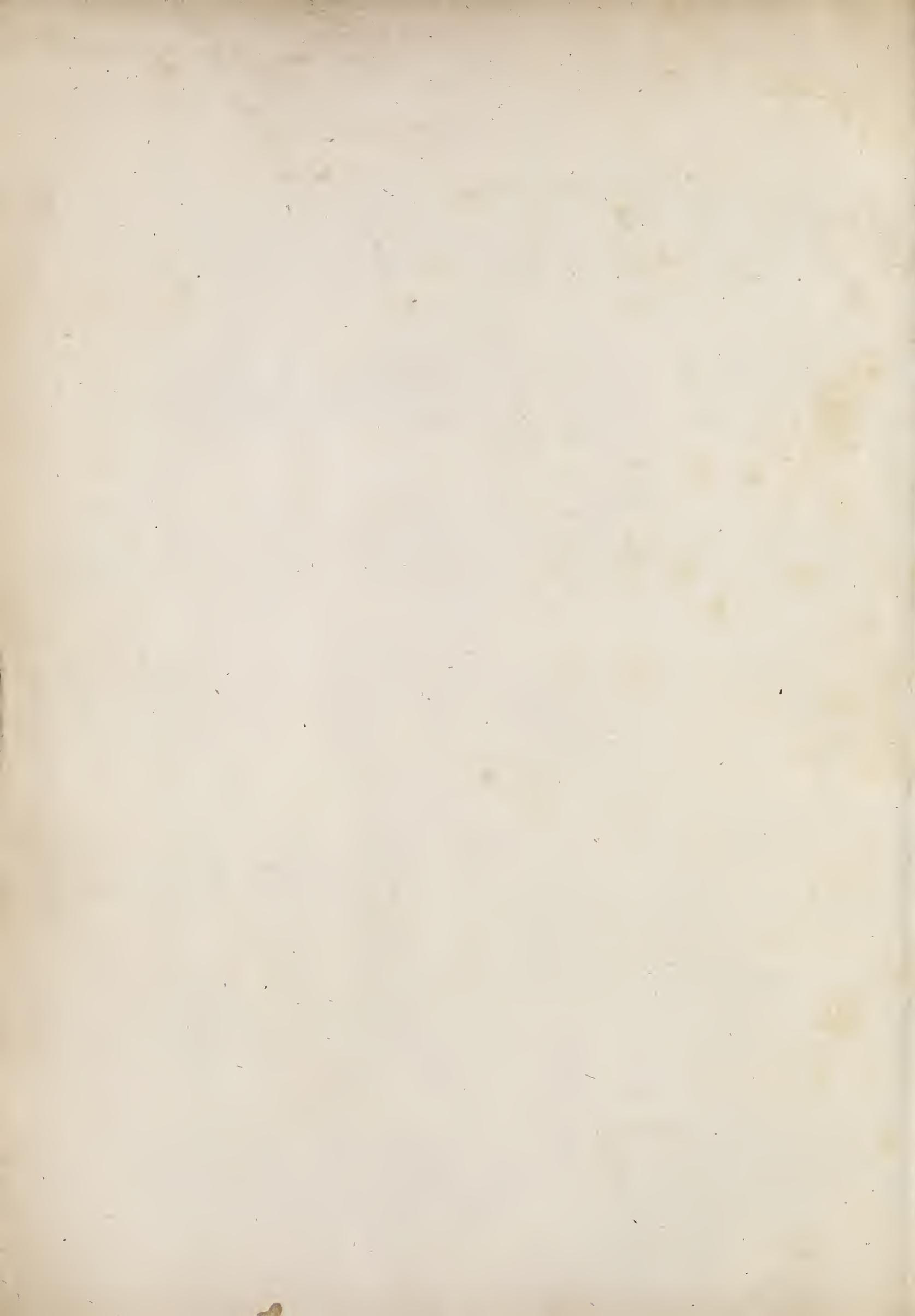


fig. 22.^o 1.^o

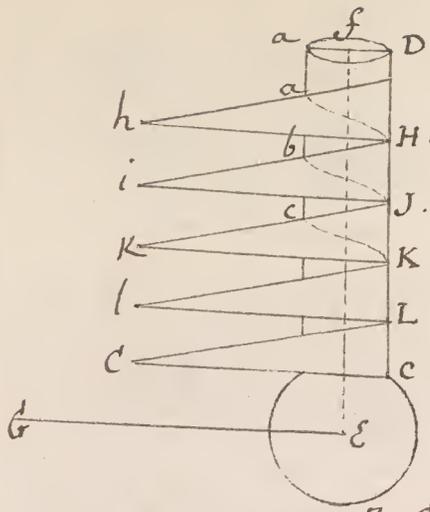


fig. 22.^o 2.^o

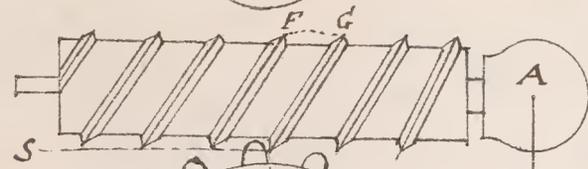
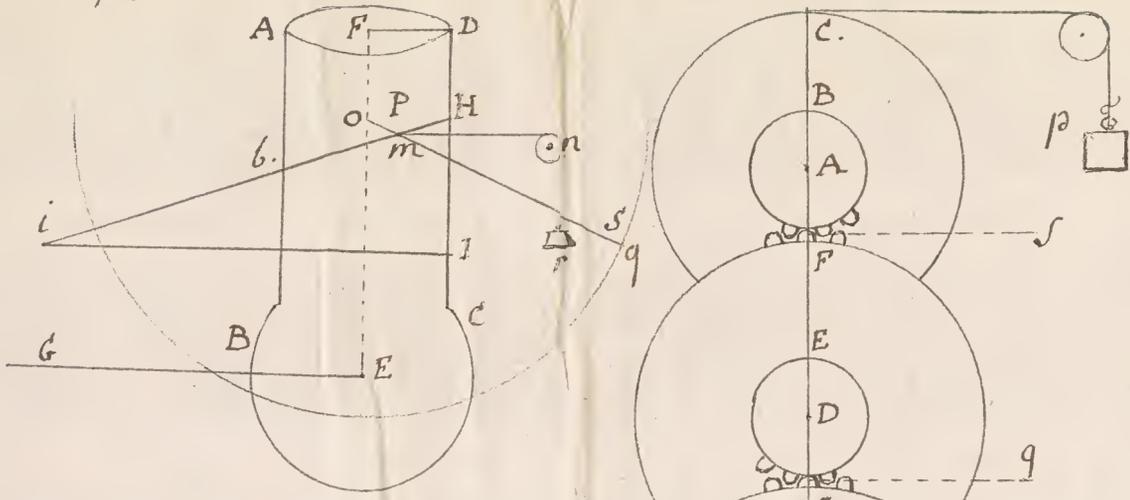


fig. 26.^o

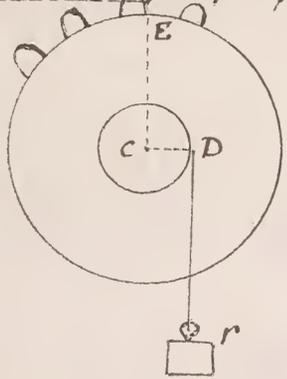


fig. 29.^o

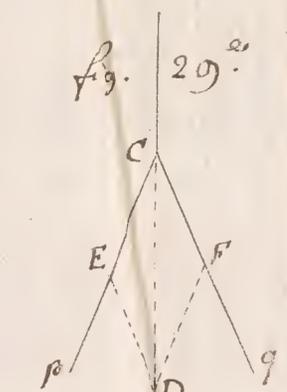


fig. 25.^o

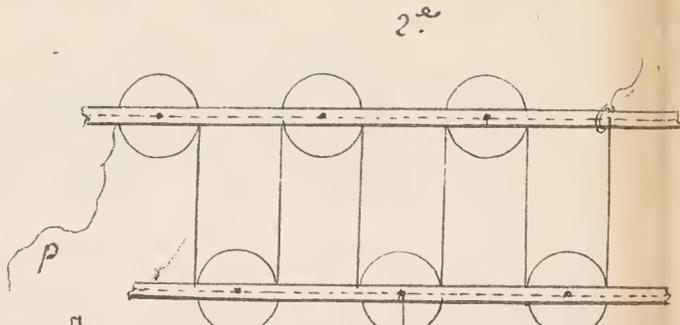
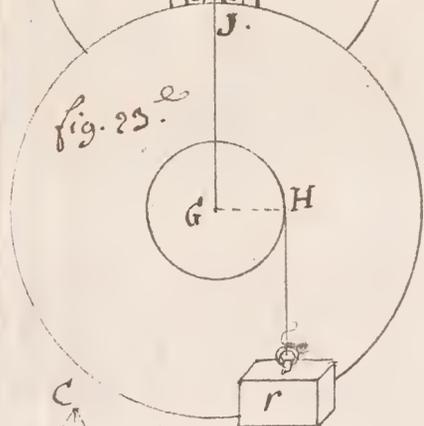


fig. 24.^o

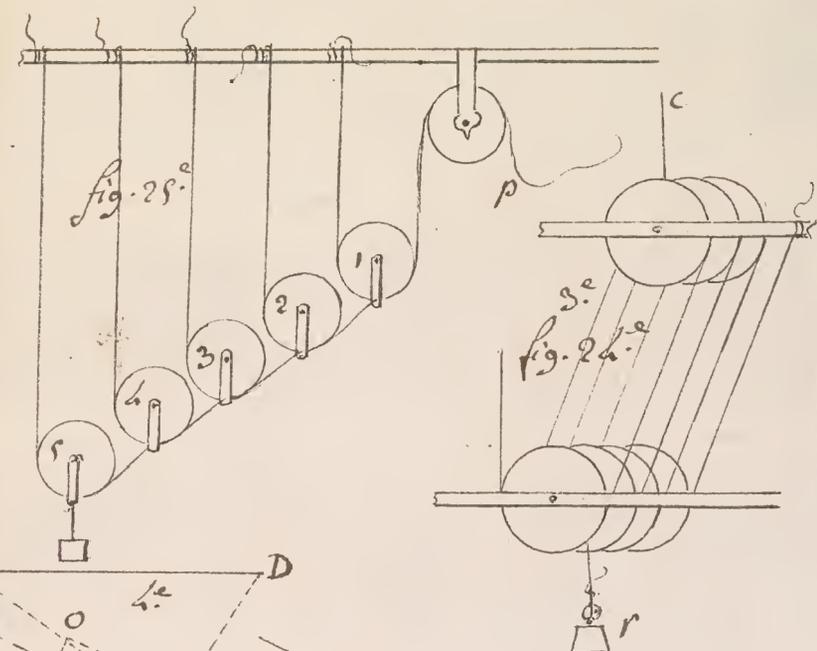


fig. 28.^o

fig. 24.^o 2.^o

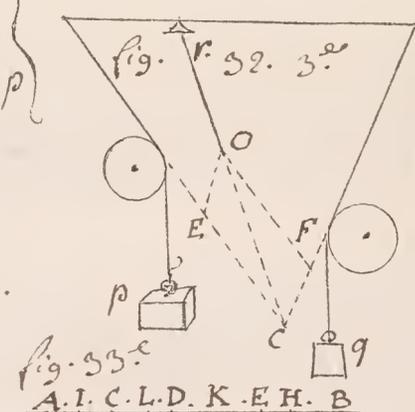
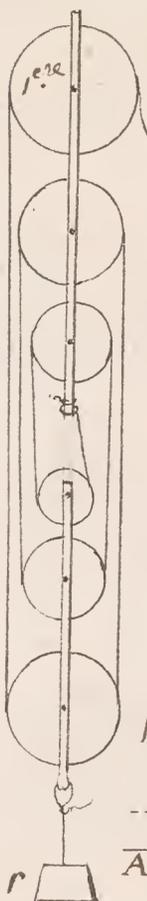


fig. 33.^o

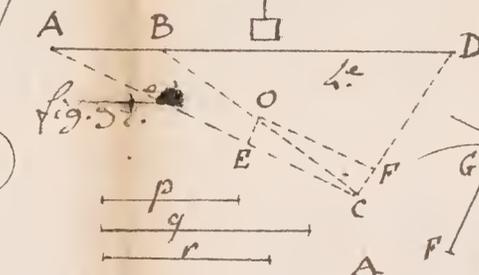


fig. 35.^o

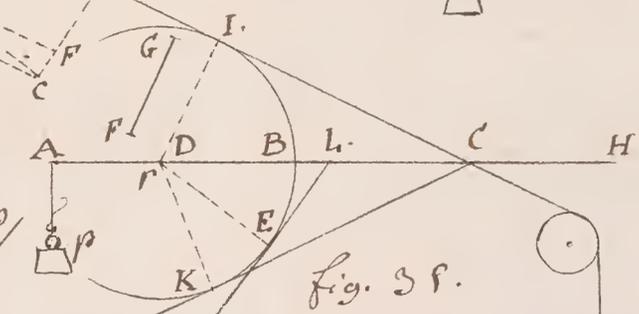


fig. 38.^o

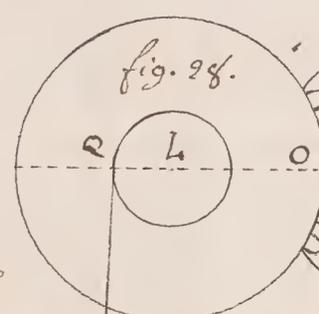


fig. 28.^o

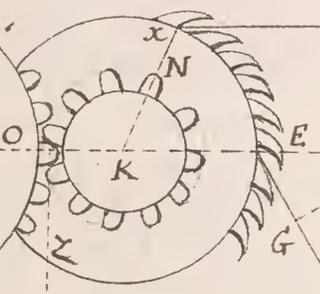


fig. 27.^o

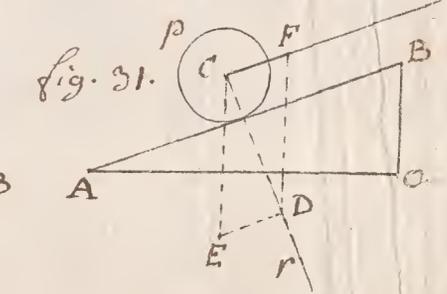
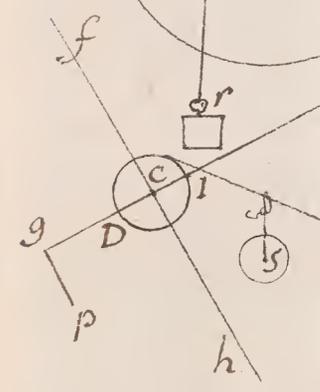


fig. 31.^o

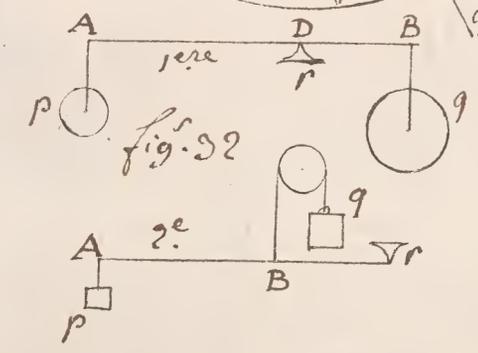


fig. 32.^o

fig. 30.^o

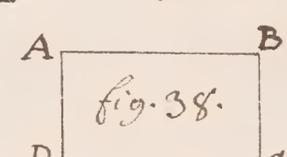
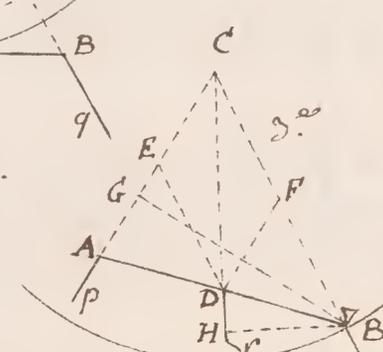


fig. 38.^o

masse.	espace.	hauteur.	des.	prem. ^{es}	temps.	des.	derniers
m.	e.	h.	f.	t.	v.	u.	viteres
μ.	ε.	i.	φ.	θ.	u.		



fig. 40.^o

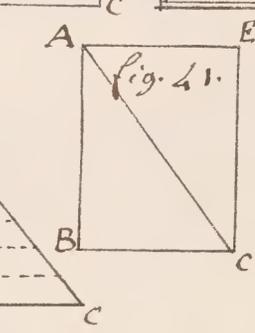


fig. 41.^o

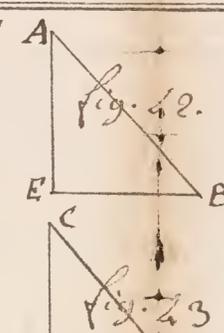
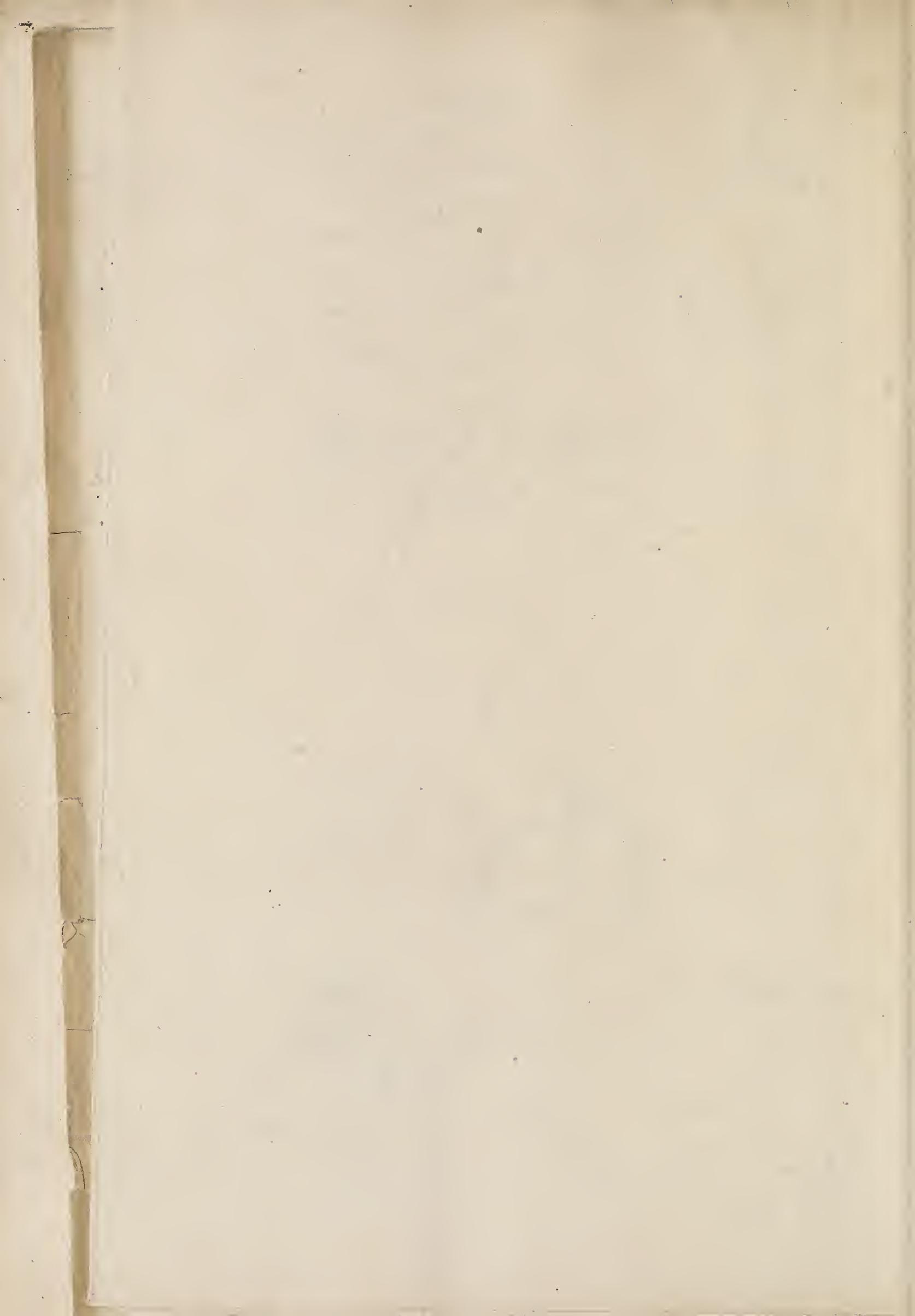


fig. 42.^o

masse.	espace.	hauteur.	des.	prem. ^{es}	temps.	des.	derniers
m.	e.	h.	f.	t.	v.	u.	viteres
μ.	ε.	i.	φ.	θ.	u.		

fig. 44.^o



Traité d'Hydrolique de finition

101. L'hydrolique est une science qui considère les mouvements, les mesures, les poids, les efforts, les chocs des liquides.

Les liquides étant des corps pesans, comme les solides, il est clair que tout ce qu'on peut dire des solides leur convient également, en effet il ny a point d'autre différence entre les solides et les liquides, sinon que les solides demeurent d'eux memes en forme, entre leur propre surface et les liquides ne peuvent demeurer en forme, que dans les vases réservoirs ou tuyaux qui les contiennent.

Proposition Theoremé

102. Les liquides ne pesent sur la surface inferieure des vases ou tuyaux qui les contiennent, que comme les vases ou tuyaux sont perpendiculaires à l'horizon.

Fig. 45. Soient deux tuyaux A C, E G, dont les diamètres sont égaux, l'un A C. incliné comme on verra à l'horizon, l'autre E G, perpend.^{re} à l'horizon et la hauteur perpend.^{re} A H du tuyau A C égale à E F; Si ces deux tuyaux sont remplis d'une meme liqueur ou liquide jusqu'à leur surface superieure A D E K, les liquides contenus dans ces deux tuyaux peseront également sur la surface inferieure B C, F G, il est clair que les cylindres contenus dans les 2 tuyaux A C, E G, ayant par l'hyp. un meme diametre, sont entre eux comme leur long. A B, E F, C'est pourquoy si l'on exprime le cylindre A C. ou son poids absolu par sa long. A B. E F exprimera le cylindre E G. ou son poids absolu, il est encore clair que les efforts que font les cylindres liquides contre leurs surfaces inferieures B C, F G sont égaux aux forces capables de les retenir sur des plans A B, E F, selon des direct. parall. aux

memes plans. ayant nommé AC ou s la long. AB, p , et le
 cylindre EG ou s la long. $EF = AH$, q; la force capable de soutenir
 le cylindre AC sur le plan AB f ; la force capable de soutenir le
 cylindre EG sur le plan EF , φ ; il faut prouver que $f = \varphi$.

Démonstration

L'on a (art. 46) $f : p :: q : p$. et (art. 45) et 102, $\varphi = q$. donc $f : p :: \varphi$
 p . donc $f = \varphi$. c. q. f. D.

Coroll. 1.

103

Il est clair que les efforts que les liquides contenus dans des
 vases dont les parois sont parall. font contre les surfaces
 inférieures de ces vases ou tuyaux sont en raison composée
 de leur base et de leur hauteur de sorte que si les bases sont
 égales, les efforts seront comme les hauteurs des mêmes vases
 ou tuyaux, Car si on nomme a la base BC , du tuyau AC ,
 b , la base FG du tuyau EG . que l'on suppose différent de la base
 BC . c la hauteur AH du tuyau AC , d la hauteur EF du
 tuyau EG que l'on suppose différent de la haut. AH l'on
 aura $\frac{ac}{bd}$ pour le rapport de ces efforts contre les bases BC, FG .
 où si l'on suppose $c = d$, l'on aura $\frac{a}{b}$ pour le rapport de
 ces efforts, contre les bases BC, FG , et si $a = b$, l'on aura $\frac{c}{d}$ pour
 le rapport de ces mêmes efforts contre les mêmes bases.

Remarque

Coroll 2

104

Fig. 46

Il faut remarquer que les liquides sont composés de petites
 parties bien polies et délics, qui agissent sur les bases
 inférieures $CDEF$ selon des direct. parall. à leur haut. ou
 perpend. à l'horizon dans la raison (art. 103) de leur hauteur
 AC, AE . agissent encore outre cela par leur choc contre
 les parois AC, BD et les unes contre les autres selon des direct.
 EG, FH perpend. aux mêmes parois dans la même raison de leur
 haut; C'est à dire que les efforts que le tuyau AD étant rempli

jusqu'en AB. La ligne contenue dans le menestru au sein
contre les points C, D, ou EF selon dea direct. EG EH perpend.
au tuyau sont comme les hauteurs AC, AE.

Coroll. 3

105. Il suit aussi que si l'on met une ligne dans un siphon
ABC. elle s'y mettra de niveau, c'est à dire que la ligne DE
qui touche la surface de la lig. dans les deux branches
fig A7. AB, CB. dont on suppose les diamètres exgausc sera parall.
à l'horizon, car si les perpend. DF FG qui tombent sur
l'horizontale FG n'étoient pas égales, les efforts que fait la
ligne contenue dans les deux branches ABCB, contre
la surface inférieure commune FB, ne seroient point égaux
et la ligne de la branche qui seroit du côté de la plus grande
perpend. feroit monter celle qui seroit dans l'autre branche
jusqu'à ce que DE que touches les deux surfaces de la ligne
fut parall. à l'horizon FG.

Proposition 2.

L'écoulement.

106. L'action d'un liquide contre le bord ou parois d'un vase
quelconque, ou ce qui en la même chose contre une surface
quelconque parall. perpend. ou oblique à l'horizon est
égale au produit de cette surface par la perpend. tirée du
centre de cette surface, sur la surface supérieure du liquide.

Démonstration

Elle est évidente (art. 103) lorsque les surfaces contre lesquelles
le liquide agit sont parall. à l'horizon et les parois du vase
qui les contiennent parall. entre elles.

Il ne reste donc plus qu'à prouver les cas où les vases
sont plus ou moins larges en bas qu'en haut, les fonds étant
parall. à l'horizon, et les cas où les parois des vases sont perpend.
ou obliq. à l'horizon, voici comme cela se prouve.

1.^o Soit le profil d'un vase $ABCDEFGHIKL$ dont les
 fonda AL et CI sont parall. à l'horizon, les parois AB et
 KL perpend. à l'horizon et BC, IK obliques à l'horizon. Si l'on
 suppose ce vase rempli d'un liquide jusqu'en FG ayant mené
 TO parall. à AL ou à l'horizon divisé K ou IK par le milieu
 MaN . et nomme a la surface, dont AL en le profil b celle dont
 CI en le profil c celle dont KL et le profil d celle dont IK .
 en le profil, j'écrit que l'action du liquide contre a sera
 $a \times RG$, ou $a \times LO$, contre b $b \times HG$. ou $b \times ISEHXIS$. contre
 c , $c \times MO$ contre d $d \times NP$.

Démonstration ayant prolongé EF et GH . que l'on suppose
 parall. en q et R , il est clair 1.^o (art. 103) que l'effort ou l'action
 du liquide contre QR sera $QR \times RG$ ou $QR \times LO$. car RG peut
 être perpend. à l'horizon faisant précisément en q $R = QR$. et
 même les parall. q et R prolongés jusqu'à l'horizon TO . en
 f et g et par le même art. 103. l'action du liquide contre q et R ,
 renfermé entre les parall. q et R en q et R ou q et R .
 mais art. 105: si se faisait une ouverture eh dans la
 surface $CI = EH$, ou QR le liquide monteroit de eh jusque
 en fg , en supposant que FG se remplisse à mesure que le
 liquide monte dans eh , et alors l'action contre q et R seroit
 égale à l'action contre QR . donc avant que l'ouverture eh
 fut supposée le liquide contenu dans EH agiroit contre eh .
 de bas en haut avec la même force dont il agit contre eh .
 l'ouverture étant supposée pour tenir le liquide contenu
 dans eh , à la hauteur de FG , mais la force capable de
 retenir le liquide contenu dans eh en équilibre, l'ouverture
 étant supposée en eh ou eh . la force dont le liquide
 contenu dans EH agit contre eh , l'ouverture n'étant pas
 supposée pour le pousser de bas en haut et donc eh ou eh . mais
 toutes les parties égales à eh de la surface CI sont poussées

de bas en haut avec la même force $EHXIS$. c'est pour qu'on
 l'action ou l'effort que le liquide contenu dans FH fait contre
 la surface $DOULCI$. en le profil en $bxis-EHXIS$. qui en une
 des choses qu'il falloir démontrer.

2° Mais l'action étant égale à la réaction eh , poussé de
 bas en haut par l'effort $ehxis$. repoussé de haut en bas de
 liquide contenu entre eq et hr contre qr avec le même
 effort $ehxis$. C'est pour qu'on l'action du liquide renfermé contre
 eq et hr , contre qr étant comme on verra de le dire
 $qrxiv$. l'effort total contre qr sera eh ou $qrxix$ qxq
 $xiv = qrxv = qrxlo$ dont l'effort du liquide contre toutes
 les parties égales à qr de la surface $DOULCI$. en le profil
 étant par la même raison $qrxlo$, l'effort total contre
 la même surface sera $axlo$. qui en une des autres choses
 q. f. D.

3° L'action du liquide contre les points K . et L . du profil
 KL . de la surface C , en (art. 104) comme KO . à LO . mais
 MO . en une hauteur moyenne arithmétique entre KO . et LO .
 puisque K est divisée par le milieu en M , la somme de ca
 produits de toutes les particules de la surface C . chacun par
 la hauteur correspond. en donc égale au produit de la même
 surface C , par la hauteur moyenne MO , c'est pour quoy
 $CxMO$. exprime l'action ou l'effort que le liquide fait contre
 la surface C , pour la pousser selon une direction perpend.^{re}
 à la même surface C . Q. S. 3° D.

4° par les mêmes raisons l'action du liquide contre la
 surface D . dont le profil en TK pour la pousser selon une
 direction perpend.^{re} à la même surface en $dxnp$. C. Q. S. 4° D.

Coroll.

107. Il est visible que si le vase renversé de haut en bas AT . et $T'O$
 demeurant touj. parall. à l'horizon, l'act. du liquide sur la

Surface en f. EG. Seron FGXOL. sur la surface b, bXIV.
 EHXIV contre la surface d, dXNX, contre la surface CXML.
 contre la surface a, aXO=0.

Remarque.

108. L'action du liquide se mesure à la même comme les forces
 mouvante dans les machines. or l'on s'en peut par expérience
 qu'un pied cube d'eau pèse 70^l. c'est pourquoy pour avoir
 l'effort que l'eau fait contre une surface, il faut prendre
 en pied d'eau ou partie de pied d'eau leur dimension ou necess.
 pour la largeur et hauteur. en pied d'eau ou partie de pied d'eau
 ainsi l'on suppose que la surface adonc AL en le
 profil au 10^{es} de long. 8 de larg. et la hauteur 10, 6 p
 l'effort de l'eau sur cette surface sera $10 \times 8 + 6 \times 70 =$
 34560^l . il en est ainsi de toutes autres.

On remarque aussi pour mesurer l'effort qu'un
 liquide fait contre une surface quelconque, c'est proprement
 le vol. du liquide qui appuie sur cette surface
 supposée dans une situation horizontale, dont la
 hauteur on la perpend. tirée du centre ou du milieu
 de la hauteur de la même surface sur la surface d
 l'eau et réduire ensuite le vol. du liquide en livres
 par le moyen d'une expérience de la pesanteur d'un
 pied cube de ce liquide, ce qui est évident.

Proposition 3.^e Theoreme.

109 La vitesse à la sortie du tuyau se sou comme les racines
 quarrées de la hauteur.

Démonstration

Fig. 49 Soit un tuyau ABCD vertical ou incliné rempli de

liquen jusqu'en AD, je dia que la vitesse à la sortie par l'ouverture BC. en exprimée par V AB.

Si l'on suppose que la liquen continue dans le tuyau ABCD. Sou donnée en une grande quantité d'eau. par dea plana parall. à l'hor. il en clair (art. 93) que si l'eau supérieure AB étoit seule, la vitesse quelle acquerreroit en tombant AD en B seroit exprimée par V. AB, il ne reste donc qu'à prouver que l'eau inférieure GC, en dans le même état estant chargée de toutes les lames qui sont au dessus que si elle étoit tombée de AD en BC. un corps qui tombe reçoit à chaque instant selon l'hypothese de galilé un coup de pesanteur égal à la même pesanteur, de sorte qu'au second instant de sa chute, il pèse le double de ce qu'il pèsait au 1.^{er}, au 3.^{em} le triple &c ainsi l'eau supérieure AE si elle étoit seule ayant tombé de AF pèse en EK le double de ce qu'elle pèsait au AE. elle en donc dans le même état étant en repos en EK chargée d'une lame égale à F que si elle tombe seule de AE, et par conséquent l'eau inférieure GC, étant en repos en GC en chargée de toutes les lames qui sont au dessus en par les mêmes raisons dans le même état que si elle étoit tombée de AE en GC, mais si l'eau GC. étoit tombée de AF en GC sa vitesse seroit V. AB. donc étant en repos en GC. et chargée de toutes les lames qui sont au dessus, sa vitesse à l'ouverture BC sera aussi V AB. C. Q. F. D.

Coroll.

110. On peut par ce moyen mesurer la quantité d'eau qui sort par une ouverture quelconque la haut. de l'eau au dessus du centre de cette ouverture étant donnée, car pour cela il n'y a qu'à trouver par une expérience la quantité d'eau

qui sort par une ouverture donnée & hauteur au dessus
 du centre de cette ouverture, et les temps étant donnés,
 on se servira de l'expérience de M. Mariotte qui a trouvé
 qu'il sort par une ouverture de trois lignes de diamètre
 14 pintes d'eau, en une minute d'heure, la hauteur de
 l'eau au dessus du centre de cette ouverture étant de 13⁸/₁₁,
 car puisque les vitesses sont (art. précéd.) comme les
 r. des hauteurs, il est clair que les quantités d'eau qui
 s'écouleront en temps égaux par des ouvertures égales
 sont comme les vitesses et par conséquent comme les
 r. des hauteurs, c'est pour quoi les ouvertures étant
 inégales les quantités d'eau seront en raison composée
 ou comme les produits des r. q. des hauteurs et des
 ouvertures où de la quad. des diam. ou des cotés homolog.
 des ouvertures si elles sont semblables.

Exemple.

Soit proposé de trouver la dépense d'un jet d'eau dont
 l'ouverture soit de 8 lignes de diam. et la haut. du réservoir
 au dessus du centre de l'ouverture soit de 3 pieds, en se
 souvenant de l'exp. de M. Mariotte que l'on vient de
 rapporter, le diam. de l'ouvert. de l'exp. étant de 3. Son
 carré sera de 9^l, le diamètre de l'ouverture proposé
 étant 8; son carré sera 64 Lig. faisant donc cette analogie

$9 + r. 13. 64 \times r. 30 :: 14 \text{ pintes } \frac{14 \times 64 \times r. 30}{9 \times r. 13.}$
 Le 4^e terme $\frac{14 \times 64 \times r. 30}{9 \times r. 13.}$ sera la quantité d'eau
 qui sortira en une minute par l'ouverture proposée
 qui se réduit à $152 \frac{8}{11}$ pintes d'eau à peu près à 151 pintes
 $\frac{89}{117}$. Si les ouvertures n'étoient pas de figure semblable.
 il faudroit mettre leur surface en la place des carrés de leurs
 diamètres ou de leurs cotés homolog. comme on vient de dire, on
 peut éviter les raisons composées et trouver néanmoins
 la même chose en cette sorte f.

Fig 50.

Soit un tuyau ABCD, au bout duquel il y a une ouverture EB. Don le centre en H le diam. de 8. lig. et la haut. AH de ceau au dessus du centre 30 pieds, il faut trouver combien de pintes d'eau il sort en une minute par l'ouverture EB. Si l'on suppose qu'il y a une aut. ouvert. FI. don le centre soit à même hauteur que le centre H de l'ouvert. EB. don le diam. soit égal au diam. de l'ouvert. qui a seroy à faire l'exp. c'est à dire de 3. Si l'on veut se servir de l'exp. de M. Mariotte, il est clair que la quant. d'eau qui sortira par l'ouvert. FI sera de la quant. d'eau qui sortira par l'ouvert EB, ou comme le carré du diam. de l'ouvert. FI au carré du diam. de l'ouverture EB. puis que l'eau sort également vite par l'une et par l'autre ouvert. l'eau étant également haute au dessus de l'une et de l'autre, pour le bien concevoir, il n'y a qu'à s'imaginer que l'eau sorte glacée par les 2 ouvertures, et l'on verra que les cylindres EK, EG supposés de glace sont également longs et sont par conséquent entre eux comme leurs bases ou comme les carrés des diam. de leurs bases.

Si l'on suppose encore une 3. ouverture de 3 lignes de diam. FI égale à Fi, 13 p. au dessous de la surface AD. de ceau, cette ouverture. fournira 14 pintes d'eau par minute selon M. Mariotte, or puis que les quantités d'eau qui sortent par de ces ouvertures égales sont comme les vitesses à ces ouvertures, et que les vitesses sont comme les racines carr. des hauteurs en faisant cette analogie.

$r. 13. r. 30 :: 14 \text{ pintes } \frac{14 \times r. 30}{r. 13}$ ce 4. terme sera la quantité d'eau qui sortira en une minute par l'ouvert. FI = Fi, ou le cylindre d'eau FK, et faisant encore comme le carré du diam. de l'ouvert. FI. en au carré du diam. de l'ouverture

E. B. ainsi le cylindre d'eau F. K. a un 4.^e terme qui sera
 le cylindre d'eau E. G. c'est à dire $g. GA :: \frac{14 \times r^{30}}{r^{13}} \frac{64 \times 14 \times r^{30}}{9 \times r^{13}}$
 où la quantité d'eau qui sortira en une minute par
 l'ouverture E. B. comme on a des-jà trouvé cy devant

Proposition 4.^e

Problème 1.^{er}

- 1.^o Mesurer les efforts que les liquides font par leur Choc
 contre les surfaces planes ou perpend. au courant ou les
 résist. de ces surfaces contre les liquides et déterminer
 les rapports des résist. lignes droites aussi perpend. au
 courant contre les liquides choquants, soit que les surfaces
 et ces lignes soient choquées avec des vitesses égales ou inégales

Solution

Fig 51.^o 1.^o Soit GH une surface perpendic. au courant d'un liquide
 B. C, un filet de ce liquide qui choque le point ou la particule
 C. de la même surface avec une vitesse constante et uniforme
 que je nomme V. cela posé, il est clair qu'il y aura
 autant de filets égaux en grosseur qui choqueront en même
 temps avec la vitesse V, la surface GH qu'il y aura de
 partic. égales à C. dans la même surface, C'est pourquoy
 $V \times GH$ exprimera la somme de tous les efforts que le
 liquide fera par son choc. sur la surface. GH.

La même raison $V \times M \cdot m$, exprimera la somme de
 tous les efforts que le même liquide fera contre la ligne
 droite M. m, perpend. au courant en la choquant avec
 la vitesse V.

Il n'est pas moins évident que les forces ou les poids
 capables de résister à ces efforts, ou de faire l'équilibre avec
 eux doivent être eq. à ces efforts, c'est pourquoy si l'on nomme
 la surface GH est la ligne M, m, S. le poids ou la force résist.
 l'on aura $V S = f$.

2^o Il n'en en part tout à fait de même lorsque les liquides
 choquent de a surfaces planes ou des lignes droites perpend.
 à leur courant avec des vitesses inégales, car lorsque les
 surf. choq. s'ou égales, les efforts ou les resist. sont en
 raison doublée, ou coe^d les quar. des vitesses *; ce que M.
 Mariotte a aussi démontré dans son traité du mouvement.
 de a cause, c'est pouvoq. lorsque les surfaces et les lignes sont
 jues. aussi bien que les vitess. avec lesquelles elles sont
 choquées, les efforts que font conti'elles les liquides,
 choquants ou les forces resist. sont en raison composée
 de a quar. des vitesses et de a surfaces ou des lignes
 choquées, de sorte que si l'on nomme les vitesses
 ign. inégales de deux solides v et u, les deux surfaces
 ou lignes choquées s. et σ. les poids ou les forces resist.
 f et φ l'on aura $vvs = f$ et $u u \sigma = \phi$, ou $vvs. u u \sigma ::$
 $f \phi$, et partant $vvs \phi = u u \sigma f$, qui servira de règle
 générale pour les surfaces planes, et pour les lignes
 droites perpend. aux courants des liquides.

Regle

2^o Pour les surfaces planes et pour les lignes droites perpend.
 aux courants des liquides

$$vvs\phi = u u \sigma f$$

Coroll 1^o

3^o Il est clair que de six quantités renfermées dans cette
 équation 5 étant connues, la 6^e le sera aussi.

Coroll 2.

4^o Si $v = u$, l'on aura $\frac{\phi}{f} = \frac{\sigma}{s}$ ou $\phi.f :: \sigma.s$. et réciproquement
 si $\frac{\phi}{f} = \frac{\sigma}{s}$ l'on aura $v = u$.

Coroll. 3.

5.^o Si $S = \sigma$ l'on aura $\frac{P}{f} = \frac{uu}{vv}$ et reciproquement si $\frac{P}{f} = \frac{uu}{vv}$ l'on aura $S = \sigma$.

Coroll. 4

6.^o Si $Q = f$ l'on aura $\frac{\sigma}{f} = \frac{vv}{uu}$ et reciproquement si $\frac{\sigma}{f} = \frac{vv}{uu}$ l'on aura $Q = f$

Remarque

7.^o Pour faire l'application de cette regle et deceller que nous allons donner il en necessaire comme nous avons dit de connoitre par une experience faite avec tout le soin possible la vitesse de l'eau et l'effort qu'elle fait avec cette vitesse contre une surface donnee de sorte que si l'on veut que cette vitesse soit v . l'effort sera f . et la surface donnee S et ces trois quantites une fois connues serviront de base et de fondement pour toutes les cas possibles, mais par ce que l'on en assure que M. Mariotte faisoit ses exper. avec tout le soin et toute l'exactitude possible, on peut avec seurete se servir de quelques unes des memes; C'en pourquoy nous avons juge' a propos de l'caraporter icy

8.^o Il est trouve' que l'eau parcouit une espace de $3\frac{1}{4}$ pied. une seconde de temps et choquant avec cette vitesse une surface de 36 pouces quarr. ou $\frac{1}{4}$ de pied quarré perpend. au courraut faisoit equilibre avec un poids de $3\frac{3}{4}$ de liure.

9.^o Il a trouve' de meme que l'eau parcouit $1\frac{1}{4}$ de pied par seconde et choquant avec cette vitesse la meme patette de 36 pouces quarr. faisoit equilibre avec un poids de 9 onces ou $\frac{9}{16}$ de liure.

10.^o Il a aussi observe' que le vent doit avoir une vitesse 24 fois plus grande que celle de l'eau pour produire le meme effet

de sorte que selon la 1^{re} experience (art. 8) le vent doit parcourir 78 pieds par seconde pour faire équilibre avec un poids de $3 \frac{3}{4}$ en choquant avec cette vitesse une surface de 36 pouces quar. perpend. à sa direction

11.° Si l'on veut se servir de la 1^{re} experience (art. 8) l'on aura $v = 3 \frac{3}{4}$ $S = \frac{1}{4}$ dep.² quar. $f = 3 \frac{3}{4}$

Si l'on veut se servir de la 2^e, l'on aura $v = 1 \frac{1}{4}$ pi. $S = \frac{1}{4}$ dep.² quar. $f = \frac{9}{16}$ de livre.

Si il s'agit des Efforts du Vent l'on aura (art. 10) $v = 78$ $S = \frac{1}{4}$ dep.² quar. $f = \frac{9}{16}$ de livre, ainsi dans la regle précéd. et dans les suivantes v , S , et f , seront toujours connues sans qu'on soit obligé de faire de nouvelles experi.

Il ne reste donc qu'à soumettre par chaque cas part. deux de ces 3 quantités u , O , et Φ , qui reste à connoître dans la même regle précéd., ce qui se fera par exper. ou par mesure actuelle et la regle donnera la 3^e.

Exemple.

L'eau allant avec une vitesse de 4^{es} par seconde et choquant avec cette vitesse une surface de 10 pieds quarrés, on demande la force ou le poids capable de résister à cet effort, l'on a (art.) $v = 3 \frac{3}{4}$ $S = \frac{1}{4}$ dep.² quarré $f = 3 \frac{3}{4}$ livres et par la supp. $u = 4$ $\sigma = 10$ p. quarrés
 C'est pourq. la regle donnera $\Phi = \frac{uu \sigma f}{vvs} = \frac{16 \times 10 \times \frac{15}{4}}{\frac{169}{16} \times \frac{1}{4}} = 227 \frac{37}{169}$

Si l'on s'étoit servi de la seconde experience (art.) l'on auroit trouvé $\Phi = 230 \frac{10}{25}$ qui ne differe de la 1^{re} que de $3 \frac{153}{845}$ ce qui fait voir que ces deux experiences, ont été faites avec beaucoup d'exactitude.

M. Mariotte trouve par sa méthode $233 \frac{1}{3}$ pour le même cas qui n'est pas précisément un des valeurs que nous venons de trouver, mais comme il a besoin

d'une seconde experience, pour le jet d'eau qu'il introduit dans son calcul, il en surprenant que la difference de ce qu'il a trouve, et de ce que nous venons de trouver, ne soit pas plus grande, ce qui confirme de plus en plus l'exactitude de ses operations

Remarque

On remarquera encore que la vitesse avec laquelle un liquide choque une surface est celle d'un même liquide lorsqu'il a la surface choquée demeure en repos que cette vitesse est celle de la surface, si elle se meut le liquide étant en repos, que c'est la somme de la vitesse du liquide et de cette surface, si l'un est l'autre soustraite d'un l'autre contraire, enfin que c'est la difference de ces deux vitesses si l'un est l'autre soustraite de même sens.

Proposition

Problème 2^e

12. Mesurer les Efforts que les liquides font avec leur choc. contre les surfaces planes obliques à leur courant pour les mouvoir

1^o Selon la direction des courants.

2^o Selon une direction perpend. aux mêmes courants

Et déterminer en même tems les rapports qui se rencontrent entre les resistances absolues qui sont celles des surfaces ou des lignes choquées perpend. et les resistances relatives qui sont celles des surfaces et des lignes choquées obliquement

Solution du 1^{er} cas

Fig. 52. Soit Mm , une ligne droite ou le profil d'une surface

plane perpend. à l'horizon ou oblique au courant B C.
 d'un liquide R M, une autre ligne droite ou le profil d'une
 autre surface perpend. à B C. et à l'horizon et terminée par
 la droite M R. aussi parall. à B C. et à l'horizon ayant
 mené M D, perpend. à m M, qui rencontre en D, la droite
 M R. prolongé et nommée u, la vitesse avec laquelle le
 liquide choquerait R. m. σ , la mesure R m, $u u \sigma$ exprimera
 (art. 1. n^o 2) la somme des efforts que le liquide ferait
 par son choc. contre R m, pour le mouvoir de R en D.
 avec des vitesses ég. inégales.

En nommant encore α la somme des Efforts pour
 M m, est poussée de m. vers D. en vertu de $u u \sigma$, & la
 somme des Efforts pour la même M m, est poussée de
 M vers D en vertu de α M m. (qu'on peut prendre
 pour le sinus total) à R. m. (qu'on prend pour le sinus
 d'angle d'incidence) b l'on aura par les loix de la mécanique
 $u u \sigma \alpha :: (M m, m, R :: a b,$ (et ayant achevé le
 parall. R. E.) $\alpha \varphi :: (m D m E :: M m m. R) :: a, b,$
 et multipliant terme par terme ces deux analogies
 l'on aura $u u \sigma \varphi :: a a b b$ ou $a a \varphi = b b \sigma u u$, mais
 (art. 1 n^o 2) $u v s = f$, qui renferme les quantités connues
 par l'expérience, donc en multipliant ces deux équations
 le 1.^{er} terme par le 1.^{er} le 2.^{er} par le 2.^{er} l'on aura $a a v v s \varphi =$
 $b b, u u \sigma f$, qui servira de règle générale pour les
 surfaces planes et les lignes droites obliques au courant
 des liquides et poussées selon la direct. des mêmes
 liquides.

Regles

Pour les surfaces planes et les lig. droites et oblig. aux courants
 des liquides et poussées selon la direct. des mêmes liquides.

$$a a v v s \varphi = b b u u \sigma f$$

Solution du 2.^o cas

En supposant la même chose que dans la solution précéd.

excepté que φ exprimera dans celle cy la somme des
 Efforts de la surface ou la ligne Mm et poussé selon
 mR . en vertu de x , et nous aurons MR (qu'on prend pour
 le sinus de l'angle MmR D. 112) c , l'on aura par les
 memes loix de la mecanique $uu\sigma x :: M, m, mR) ::$
 $a b$ et $x. \varphi (:: mD mR :: Mm. MR) :: ac$, donc en
 multipliant terme par terme $uu\sigma\varphi :: aa.bc$, et
 partant $aa\varphi = bc uu\sigma$ ou $aa vvs \varphi = bc uu\sigma f$,
 et multipl. par $vvs = f$, qui servira de regle pour les
 surfaces et lignes obliq. aux courants des liquides poussés,
 selon un direct. perpend. aux memes courants de
 memes liquides telle est la resistance que font les aisles
 d'un moulin avec et le gouvernail d'un vaisseau.

Regle

Soient les surfaces planes ou lignes droites obliques
 aux courants des liquides et poussés selon des directions
 perpend. aux memes courants.

$$aa vvs \varphi = bc uu \sigma f.$$

On peut en faire diverses suppositions tirées des
 Coroll. des deux equations qu'on vient de trouver
 comme l'on a fait de celles de la 1^{re} proposition mais
 nous nous contenterons d'apporter quelques exemples
 pour faire mieux comprendre l'application de ces regles.

Exemples

Fig. 53. 12. Si la surface d'un Mm . en le profil, est une des
 faces MDG d'une pyramide isocèle MEG dont la base
 EG , est un carré qui a le point R pour centre, le
 triangle DRG sera la surface d'un Rm , (b) est le
 profil, mais le triangle $DRG = \sigma = bb$. donc aa est des
 4 faces de la pyramide qui resistent également, et sont
 également inclinés au courant du liquide choquant A .

doit exprimer tous les quarrés EG A bb mettam donc
 l'équation $aa v v s \varphi = bb, u u \sigma f$ pour A σ Savallu
 A bb, ton aura $A \varphi = \frac{A b^4 u u f}{a a v v s}$ pour la resist. de la
 pyramide entree en supposam les vitess. inégales
 ou $A \varphi = \frac{A b. A f}{a a s.}$ en supposam les vitesses égales.

Si l'on veut comparer la resist. de la pyramide choquée
 par ses faces à sa resist. dans choquée perpend.
 par sa base EG en faisant $\sigma = bb = s$, l'équation
 $aa v v s \varphi = bb u u \sigma f$ se changeront en celle cy
 $\frac{\varphi}{f} = \frac{bb u u}{a a v v}$ les vitesses étant inégales où $\frac{\varphi}{f} = \frac{bb}{a a}$ les
 vitesses étant égales.

Exemple 2^o

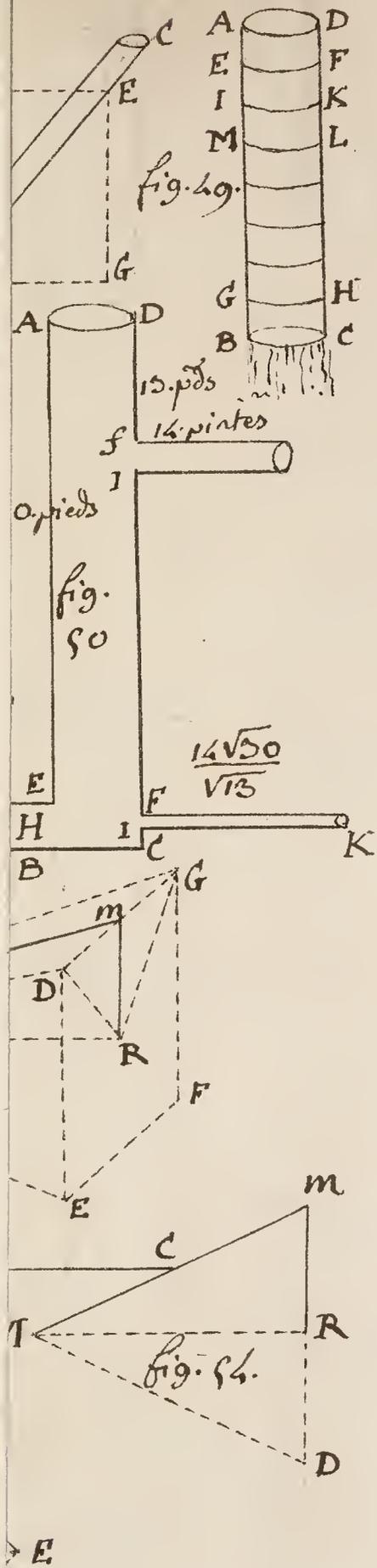
13^o. Si le triangle M m R. en la moitié d'un triangle isocèle
 M m D. dont les cotes M m M D soient choqués par un
 liquide selon la direction BC et la base M D perpend. on
 aura $s = m D = 2 m = R = 2 \sigma = 2 b$, et mettam 2 b dans l'eq.
 $aa v v s \varphi = bb u u \sigma f$ pour s. et po. ^{ce} ton entiera
 $\frac{\varphi}{f} = \frac{bb u u}{a a v v}$ qui exprime le rapport de la resist. des cotes à
 la resist. de la base, les vitess. étant inégales ou $\frac{\varphi}{f} = \frac{bb}{a a}$
 les vitesses étant égales.

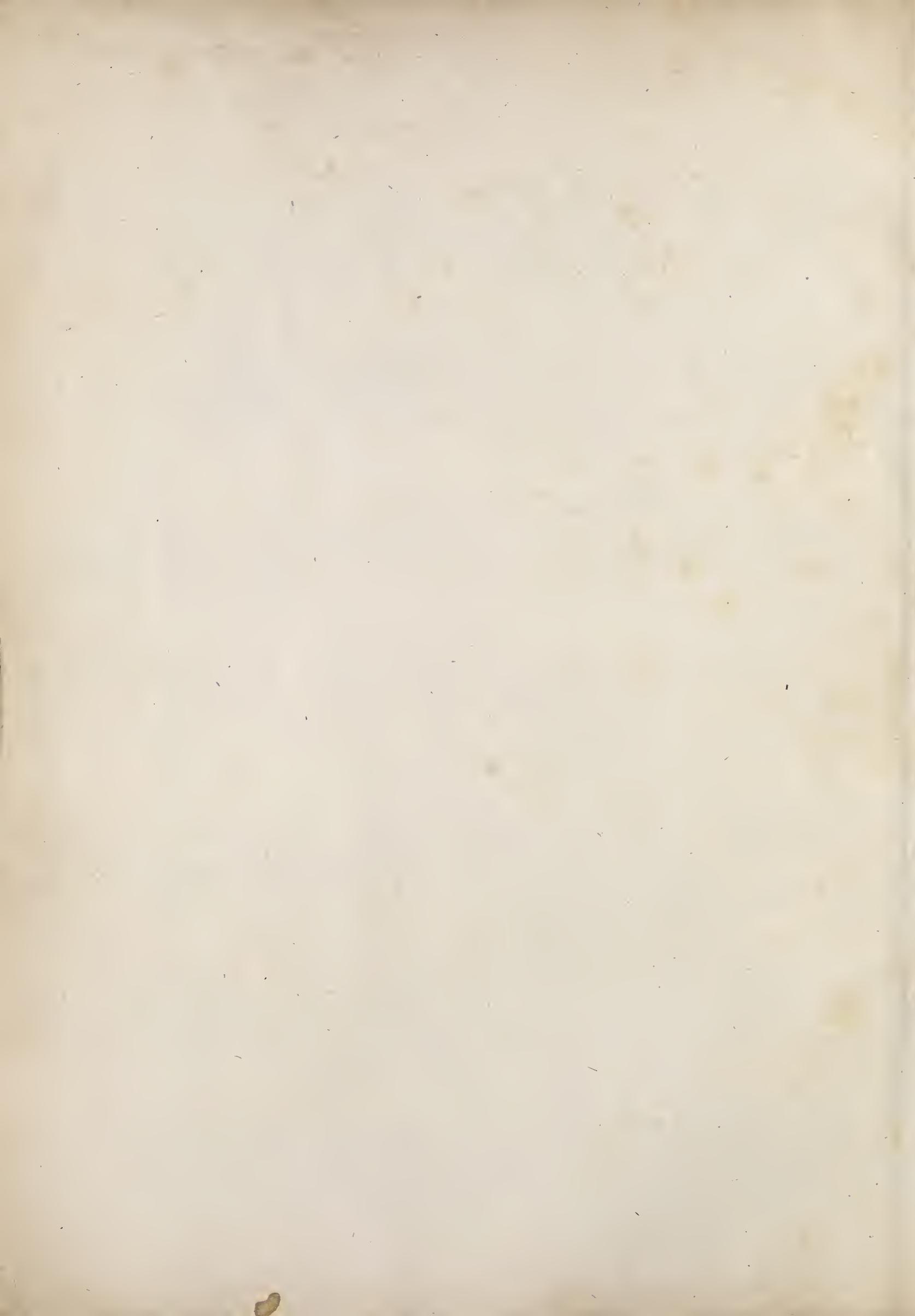
Exemple 3^o

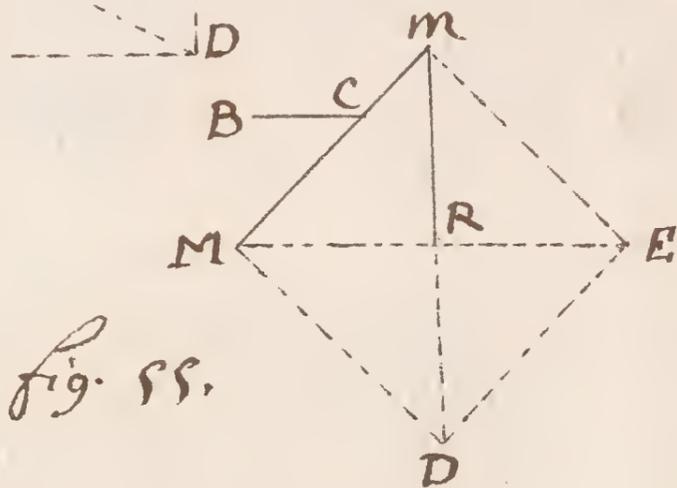
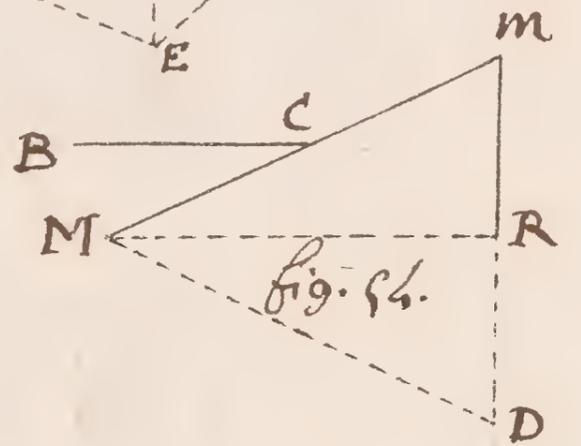
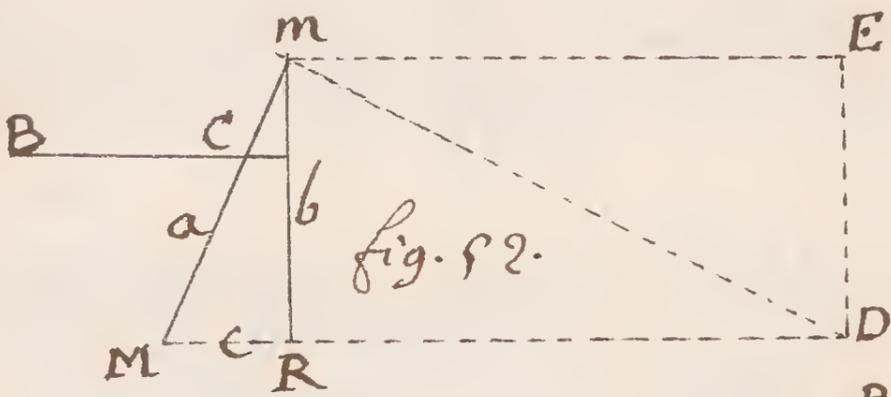
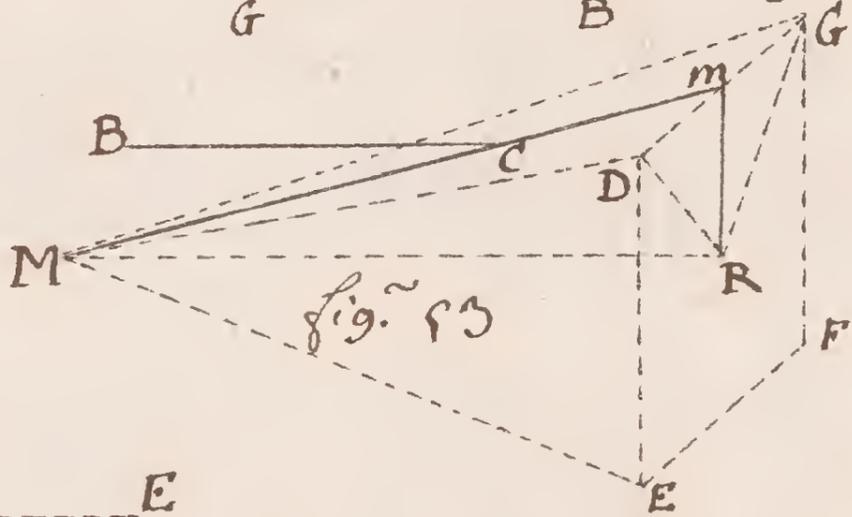
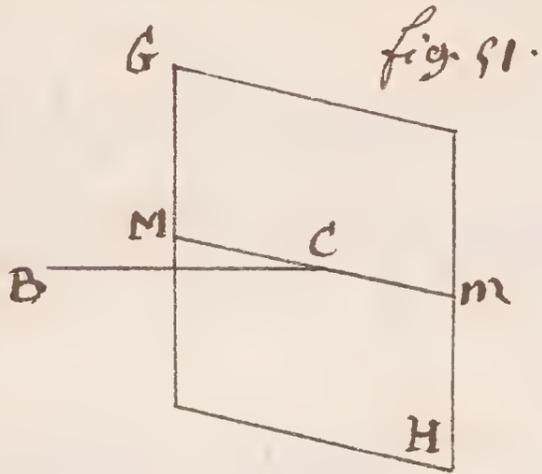
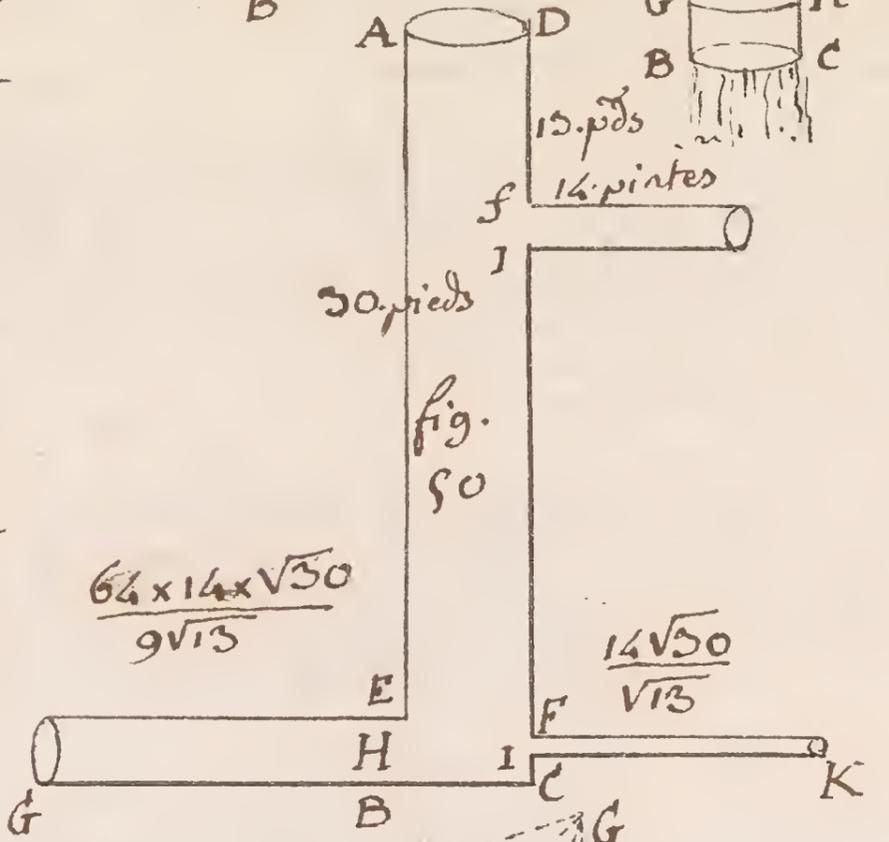
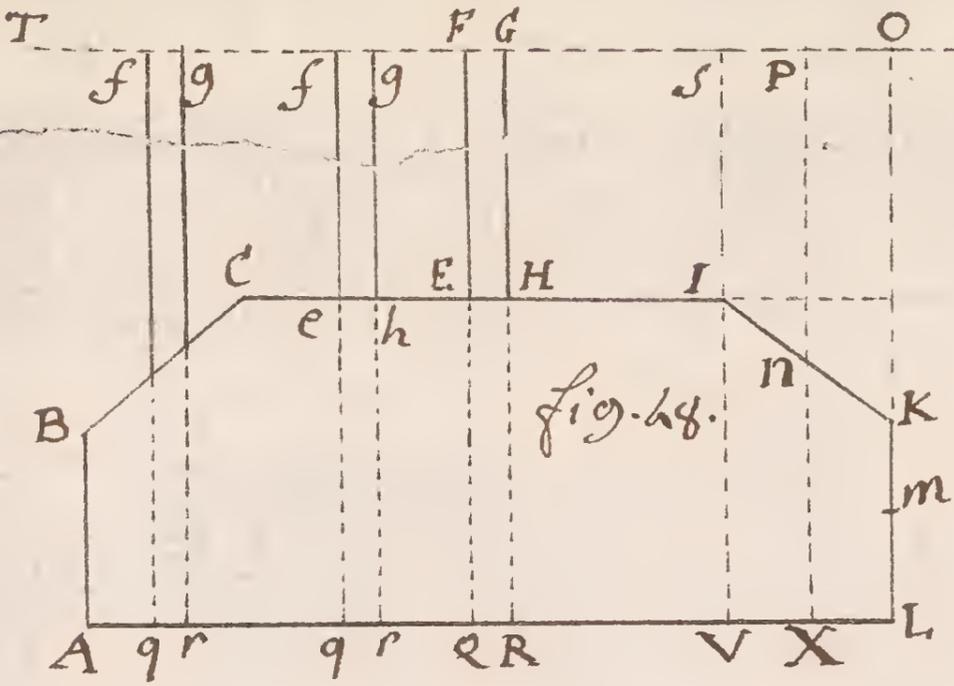
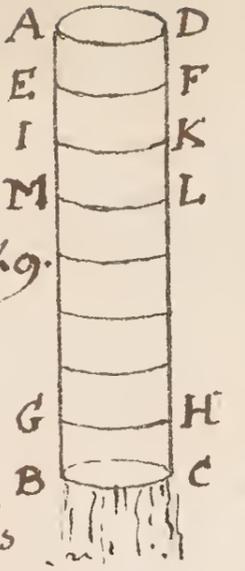
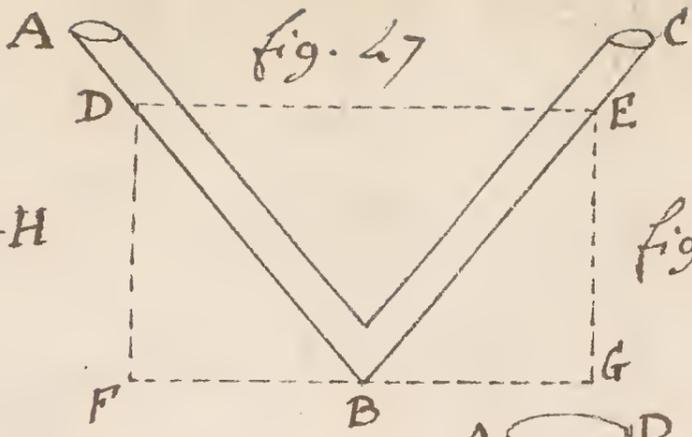
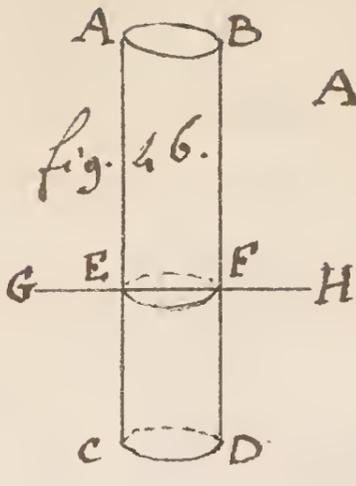
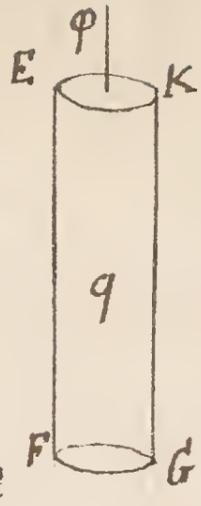
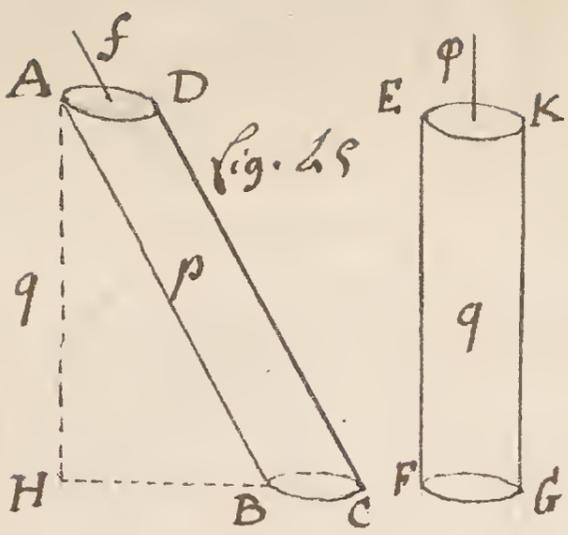
14. Soit un quarré ME dont les cotes M m, M D soient choqués
 selon la direct. BC parall. à la diag. ME et un des cotes M m
 perpend. ton aura $s = M m = a$ et $2 \sigma = 2 m. R = m D = 2 b$ et
 l'avalu de s. et de 2 σ étant substituées dans l'équation;
 $aa v v s \varphi = bb u u \sigma f$ a cause de $aa = 2 bb$. ton entiera
 $\frac{2 \varphi}{f} = \frac{b u u}{a v v}$ qui exprime le rapport de la resist. du quarré
 ME, choqué par un liquide mû selon la direct. BC parall. à
 ME à la resist. de son côté M m. choqué perpend. les vitess.
 étant inégales ou $\frac{2 \varphi}{f} = \frac{b}{a}$ les vitess. étant égales ou $\frac{2 \sigma = M m}{f} = \frac{m D}$
 comme la détermine M. Bernouilly professeur de mathématique

à Basle dans les actes de Lepsik de l'année 1693. Soit par
cette méthode, ou par une méthode équivalente qu'il n'eût
pu en donner.

Fin.







Propositions fondamentales de la Trigonométrie

1.^o Les Sinus des angles sont entre eux comme les cotés opposés à ces mêmes angles.

Soit le triangle ABC, je dis que $CK : CA :: CG : CB$. cela est évident puisque les moitiés sont entre elles comme les toutes donc elles sont moitiés.

2. Dans un triangle le plus grand côté est à la somme des deux autres côtés comme leur différence est à la différence de segments du grand côté sur lequel on a mené une perpend. de l'angle opposé.

Démonst. Les triangles ACB, EDB sont semblables donc $AB : EB :: CB : DB$. donc connoiss. tous les côtés on connoitra tout le triang.

3.^o Dans un triangle la séc. de deux côtés comme la différence est à la tangente de la moitié de la somme des 2 angles inconnus en à la tang. de la moitié de leur différence.

Démonst, le triang. DBA, DEF, sont semb. donc $DB : DE :: AB : EF$.

J'auray donc prouvé ce qui en question, si je fais voir que AB. est la tangente de la moitié de la séc. des angles inconnus et EF. tang. de la moitié de leur diff.^{ce}. Voyez comme je le prouve.

1.^o Le triangle ACE est isocèle dont AE, C en moitié des 2 angles inconnus donc prenant AE. pour rayon AB. est tang. de la moitié de deux angles inconnus.

2.^o L'angle AEC = l'ang. CAE. et au extérieur au triang. ADE est égal aux 2 extrémités intérieurs opposés donc tang. CAE + EAF = l'angle en D + 2 fois l'angle EAF donc l'ang. EAF est moitié de la diff.^{ce}

de deux angles inconnus, or en prenant comme précéd. AE. pour rayon AB. sera sa tang.^{te} et par conséquent $\hat{C} : \hat{E} : \hat{D}$.

Donc connoissant deux côtés d'un triangle et l'ang. intercepté on connoitra tout le triangle.

Si le triangle donné en rectang. ou peu dire comme le costé CD, étant au costé CA, ainsi l'est un total en à la tangente qui fera connoître l'angle en D.

Planimetrie

La Planimetrie est la science de mesurer toute sorte de figures planes

Exemple 1.^o

Pour trouver la superficie de parallelog. CB. il n'y a qu'à considerer de quelle maniere il se forme.

Si on imagine que la ligne AC. coule le long de la ligne CD. en demeurant toujours parall. a elle meme lorsque le point C sera arrivé en D. le point A sera arrivé en B ainsi la ligne AC. par son mouvement aura formé le parallelog. CB. qui n'en a autre chose que la trace que la ligne AC. à laissé derrière elle en se mouvant de AC en BD, d'où il n'est évident que si d'où multiplie la hauteur par la base du même parallelog. le produit donnera la superficie

Exemple 2.

Pour avoir la superficie d'un triang. il faut multipl. sa base par la moitié de sa haut., car on démontre que le triang. fait moitié des parallelog. de même base et de même hauteur.

Exemple 3.

Pour avoir la surface d'un cercle, il faut multipl. sa circonfer. par la moitié de son rayon, car il en démontre que le cercle est égal à un triang. rectang. qui auroit pour base la circonférence et pour la hauteur le rayon de ce même cercle.

Exemple 4.^e

Par la même raison j'auray la superficie du secteur ABCD si je multiplie l'aire du secteur par la moitié du rayon AB.

Exemple 5.^e

Mais si j'en veux avoir la superficie du seg. BCD, je chercheray d'abord la superficie du secteur ABCD et ayant ôté le triangle ABD, le reste donnera le segment BCD.

Exemple 6^e.

Mesurer un trapèze, s'il a deux costez parall. multipliez sa hauteur par la moitié de la somme des deux costez parall. par ce que de cette maniere vous reduirez le trapèze à un parall. mais si le trapèze n'a point de costez parall. vous le reduirez en triang. que vous mesurerez separim. et la somme de tous les produits vous donnera ce que vous cherchez (vous ferez de même pour les figures irregul.)

Exemple 7.

Pour mesurer la surface d'un lac, inscrivez le d. lac dans un parallélog. reduisez en trapèze ou triang. tout ce qui n'en pas de la surface du lac, cherchez separim. les superficies de tous ces trapèzes ou triangles, que vous oterez de la surface du parall. entier, et le reste vous donnera la surface du lac.

Exemple 8.

Mesurer la surface d'un ovale; pour par exemple le g. diametre à 20^{es} et le petit diam. 12^{es}. multipliez 20 par 12. pour avoir 240 pieds, ensuite faite cette analogie 14. 11 :: 240. x = la surface de l'ovale, par ce qui en démontre que l'aire d'un ovale est égale à celle d'un cercle dont le diam. est moyen en proportion entre les 2 diam. de l'ovale, et que le quarré du diametre est à l'aire du cercle comme 14 à 11.

Exemple 9^e.

Mesurer la surface d'un cylindre

Concevez la circonférence C. couler le long de la perpend. CD. selon un mouvement uniforme et touj. parall. à elle même lorsque la circonf. C sera arrivée au sommet de la perpend. elle aura laissé derrière soy autant de circonf. qu'il y a de points dans la perpend. et ces sont les circonférences ainsi posées les unes sur les autres qui forment la surface du cylindre, d'où il paroît que pour avoir la surface d'un cylindre il faut multiplier la circonf. de sa base par sa hauteur.

Exemple 10.^e

Mesurer un prisme, multipl. le circon de sa base par le long du prisme, le produit donnera la surface du prisme.

Exemple 11.^e

Pour mesurer la surface d'un pyramide multipliez le circon de sa base par la moitié de sa hauteur par ce que les surfaces des triangles qui la forment sont moitié de parallelog. de meme bases et meme hauteur.

Exemple 12.^e

On voit par là comme se doit mesurer un cône qui n'est qu'une pyramide d'un infinité de cotés en x la circonfer. de sa base par la longueur de son côté

Si le cône est tronqué multipl. la somme des circonfer. de la base et du sommet par la longueur du cône tronqué prenez la moitié du produit, par ce que de cette manière vous réduirez le cône à un cylindre.

Si la pyramide est tronquée vous la mesurerez comme on mesure les trapèzes, par ce qu'en ce cas les surfaces des cotés de la pyramide sont des trapèzes.

Exemple 14.^e

Pour mesurer la surface d'un globe il faut x la circonfer. de son plus gr. cercle par son diam. par ce que la surface d'un globe, est égale à celle d'un cylindre qui lui est circonscrit

Démonstration

Pour le globe x inscrit à un cylindre, j'aidé que la surface du globe est égale à celle du cylindre circonscrit.

Car si ayant divisé le cylindre et le globe en une infinité de tranches dans un meme sens, et parallelement à la base du cylindre, si dis-je le cylindre et le globe étant aussi divisés, j'eprouve que la surface de chaque tranches.

du cilindre est égale à la surface de chaque tranche du globe qui lui répond, j'auray prouvé ce que est question et ce que sera prouvé d'une tranche, fera prouvé de toutes les autres.

Soit donc x . circonférence de la base du cilindre α , le rayon du globe d , le rayon de la tranche est Z . Sa circonf. o , la longueur de la zone du globe est f l'épaisseur de la tranche du cilindre, il faut prouver que $f = Zo$.

Puisque les cercles sont entre eux comme leurs rayons $x.Z :: \alpha.d$. mais $\alpha.b.d :: o.f$, à cause des triangles semblables donc $x.Z :: o.f$, donc xZ , produit des extremes égale à Zo . produit des moyennes $of = Zo$. C. q. & D.

De la Stereometrie

La Stereometrie est la science de mesurer toutes sortes de solides

Exemple 1.

Mesurer la solidité d'un cilindre.

Si l'on imagine que la base du cilindre se meut toujours parallelement à elle même le long d'une perpend. lorsque cette base sera arrivée au sommet de la perpend., elle aura laissé derrière soy autant de surface égales, à sa base qu'il y aura de points dans la perpend. et aura par conseq. formé un cilindre solide, ainsi pour avoir la solidité d'un cylindre il faut x . la surface de sa base par sa hauteur perpendiculaire

Exemple 2.

Mesurer la solidité d'un cône

Il n'y a qu'à multiplier la base du cône par le $\frac{1}{3}$ de sa hauteur par ce qu'il en demontre qu'un cône est le $\frac{1}{3}$ d'un cilindre

de même base et hauteur.

Exemple 3^e.

Mesurer la solidité d'un cône tronqué.

Il faut chercher le cône, en mesurer la solidité et du produit en soustraire le petit cône, le reste donnera la solidité du cône. Autrement on multiplie les deux aires des bases l'une par l'autre et de ce prod. on extrait la racine quarrée, on fait une somme de cette racine quarr. et des 2. aires, la q. somme on multiplie par le $\frac{1}{3}$ de la haut. de la partie tronquée; ainsi les deux aires étant 36. et 9 l'aire moyenne proport. fera 18, or. $36 + 18 + 9 = 63$ si la haut. est 12. la solidité sera $= \frac{63 \times 12}{3} = 63 \times 4 = 252.$

Exemple 4^e.

Mesurer la solidité d'une pyramide.

Multipl. la surface de la basse par la haut. de la pyramide le tiers du prod. donnera la solidité de la pyramide, parce qu'il est démontré que la pyramide est le $\frac{1}{3}$ d'un prisme de même base et hauteur.

Exemple 5^e.

Mesurer une pyramide tronquée.

Faites comme il a été dit pour le cône.

Exemple 6.

Mesurer la solidité d'une sphere.

On peut considerer la surface d'une sphere comme base d'une infinité de pyramide qui ont toutes leur sommet au centre de la sphere. on peut donc considerer une sphere comme une pyramide qui auroit pour base la surface de la sphere, et pour hauteur son rayon ainsi pour avoir la solidité d'une sphere il n'y a qu'à multipl. la superf. par son rayon et prendre le $\frac{1}{3}$ du produit.

Exemple 7^e.

Mesurer un secteur de sphere.

Consideres ce secteur, comme une pyramide et mesure z le de même.

Exemple 8.^o

Mesurer un segment de sphere.

Cherchez d'abord le diametre de la sphere que vous trouverez de cette maniere, coupez la corde K F. en 2 également et vous ferez cette analogie a b :: b. en un 4.^o terme qui sera l'autre partie du diametre. cela fait vous connoiteras le secteur x K F D. du prouin duquel o'tant le cone x K F, le reste donnera la solidite' du segment K D F K.

Prover que le quare' du diam. du cercle en' a la surface coe' 14. à 11. Je nomme a. le diam. du cercle et s'achon que le diametre du cercle en' a la circonf.^{ce} du cercle comme 7 à 22. j'auray cette analogie 7 22 :: a ^{22 a} / 7 et si je multiplie ^a / 4 qui est le ¹ / 4 du diametre par ^{22 a} / 7 qui est la circonference j'auray ^{22 a a} / 28 pour la surface du cercle; il faudra donc prouver que a a ^{22 a a} / 28 :: 14. 11. ce qui paroitra evident si' on divise les deux termes du p.^r rapport l'un par l'autre ^{a a} / 1 ^{22 a a} / 28 = ^{28 a a} / 22 a a = ²⁸ / 22 = ¹⁴ / 11 donc a a ^{22 a a} / 28 :: 14. 11.

Les Piramides semblables sont entre elles comme les cubes de leurs cotes homologues

ayant nommez A B C. les 3 dimentions d'une des deux piramides sembl. soit D. la basse de la seconde piramide, on peut faire ces deux analogies A B :: D B D. et A C :: D. C D / A. ainsi A B C = la piramide x et B C D = la piramide z et ayant divisé ces deux prouin l'un par ^{3 A A} l'autre le quotient ^{4 3} / ^{D 3} fait voir ce qu'il falloit de'montrer

Les Triangles semblables sont entre eux comme les quares de leurs cotes homologues.

g. h :: a. b
e f :: a. b

Donc g e h f :: a a b b.

Si des quatre grandeurs a. b. c. d. il se trouve que

$ad = bc$ je dis que $a b :: c d$.

$$ad = bc$$

je dis $a b :: c d$

donc $ac bc :: a b$

$$ac ad :: c d$$

Donc $ac bc :: c d$ à cause de $ad = bc$

$$a b :: c d.$$

Claircissement sur le Probl. 2
 pag. 74. 1.° Il est évident que l'action
 du fil BC contre la surface Mm
 est moindre que si il la choquoit perpend.
 car son mouvement à l'égard de cette
 surface est composé de celui selon la
 direction Bd qui lui est parallèle, et

de celui selon $d m$ qui lui est perpend.
 sur cette surface que par son mouvement selon $d m$.
 donc il s'en suit que si Bm exprime l'effort absolu de ce fil,
 son effort relatif, c'est à dire tout effort qu'il fait contre la
 surface sera exprimé par $d m$ par lequel effort il la feroit
 mouvoir selon la perpend.
 $m D$.

2.° $d m$ exprimant l'effort total de ce fil contre la surface
 par la même raison $e m$ exprimera l'effort qu'il fait pour
 la mouvoir selon une direction parall. à son courant, et
 $d e$ selon une direction perpend. à ce même courant.

Maintenant pour trouver le rapport Bm (F) à $e m$
 (Φ) à cause de ce triang. fem. $Bd m, m d e, m M R$ on aura

$$Bm (F) \quad d m (x) :: a b.$$

$$d m (x) \quad e m (\Phi) :: a b.$$

donc $\frac{F}{\Phi} = \frac{aa}{bb}$ pour le rapport de l'effort total d'un fil à l'effort
 du même fil contre la surface obliqu. Mm suivant la
 direction de son courant

Mais la surface étant perpend. reçoit un plus g. nombre
 de ces fils que lorsqu'elle est inclinée à leur courant, et cela
 dans le rapport de $\frac{a}{b}$ comme il est visible donc enfin

$\frac{F}{\Phi} = \frac{a^3}{b^3}$ on trouvera pour le 2.° cas la direction perpend.
 au courant $\frac{F}{\Phi} = \frac{a^3}{bb c}$.

C'est ainsi qu'on trouve que la force absolue du vent est à
 la force avec laquelle il pousse les ailes perpendiculairement

à la direction comme le cube du rayon en arc d'un du
quarré du sinus d'un cône d'incid.^{ce} de 55 degrés (ce
qui est celui de l'inclination la plus avantageuse) par le
sinus du complément.

Ce cy n'en qu'on ca particulier de la solution qui a
fourny les deux regles ce qu'on trouvera en faisant
 $v = u \sin \sigma :: a b$.

Dans cette solution on a exprimé par u ou σ la somme
de la force absolue dans les filets qui frappent la surface.

Et par x la somme de tous leurs efforts contre cette
surface, et concluant pour tous ce que nous avons conclud
par un seul on a $u u \sigma x :: a b$.

Il y en a aussi pour la somme de ces efforts selon la
direction du courant dans le 1.^{er} cas

Et autrem du parallelog.² des forces se conservant de celui de ces efforts
où $a \dots x \varphi :: m D. m E. M m. m R :: a b$.

d'où enfin $a a \varphi = b b \sigma u u x^2$

Faire voir que $v. u :: \frac{e}{t} : \frac{e}{\theta}$.

C'est à dire que si on exprime v par $\frac{e}{t}$ l'expression de u sera $\frac{e}{\theta}$

1.^o Lorsq. le temps sont égaux ($t = \theta$) on a cette proport.¹ $v. u :: e E$.

Maia plus le temps qu'un mobile met à parcourir une espace
diminue, plus la vitesse augmente, et au contraire par Ex.¹

Si je mets demi heure à faire un lieue, j'iray une fois
plus vite que si j'employe une heure.

Ainsi si t devient $<$ ou $>$ que θ dans la proportion de m ,
à n . il faut que le rapport de v à u , augmente ou diminue
en proportion reciproque

$t. \theta :: m n$. donc $v u :: e x n$. Ex m .

ou bien $v u :: e \theta$. Et

ou $v u :: \frac{e \theta}{t}$ $E :: \frac{e}{t} \frac{e}{\theta}$ (q. f. d.)

70* 2. Démonst. Soit un tuyau AD j'edis que la force avec laq.^{le}

l'eau à gira contre une surface BC, avec deux différentes vitesses sera
 sera comme le carré de sa vitesse à sa sortie en B. il est
 évident que l'effort de l'eau contre la surface BC, sa hauteur
 étant AB. sera à l'effort qu'elle fera contre la même surface,
 sa hauteur étant MB. comme AB. est à MB, mais AB.
 est à MB. comme le carré de la vitesse de l'eau à sa sortie
 en B. la hauteur étant AB. au carré de sa vitesse, l'eau
 étant en MB, (puisque les vitesses sont art 9, comme
 les \sqrt{v} des hauteurs) donc $\mathcal{F} \propto$ cette démonstration s'appliquera
 aux eaux courantes.

Autre Démonst. Supposons que les vitesses soient
 égales ($v = u$) pour lors, il est évident que $\mathcal{F} = \mathcal{Q}$.

Mais maintenant que la vitesse u soit augmentée
 en sorte que $u : v :: m : n$. et $m > n$. la force de chaque partie
 du fluide sera augmentée dans la même raison de
 m à n , et de plus la surface recevra encore plus
 d'impression des parties du fluide dans un temps égal dans
 la raison de m , à n , donc $\mathcal{F} : \mathcal{Q} :: m^2 : n^2 :: u^2 : v^2$. /

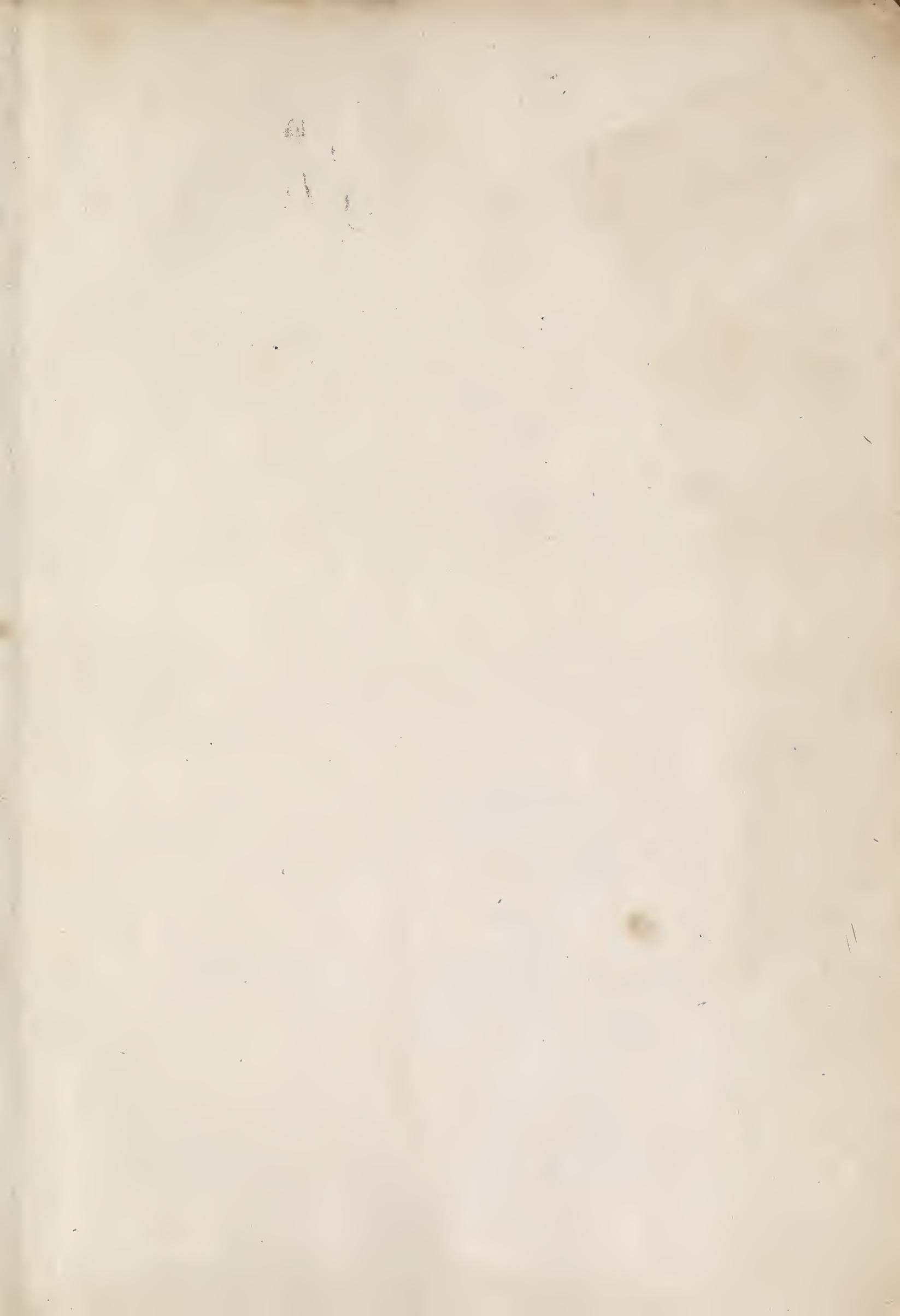
Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page. The text is arranged in several paragraphs and is mostly obscured by the paper's texture and some minor stains.

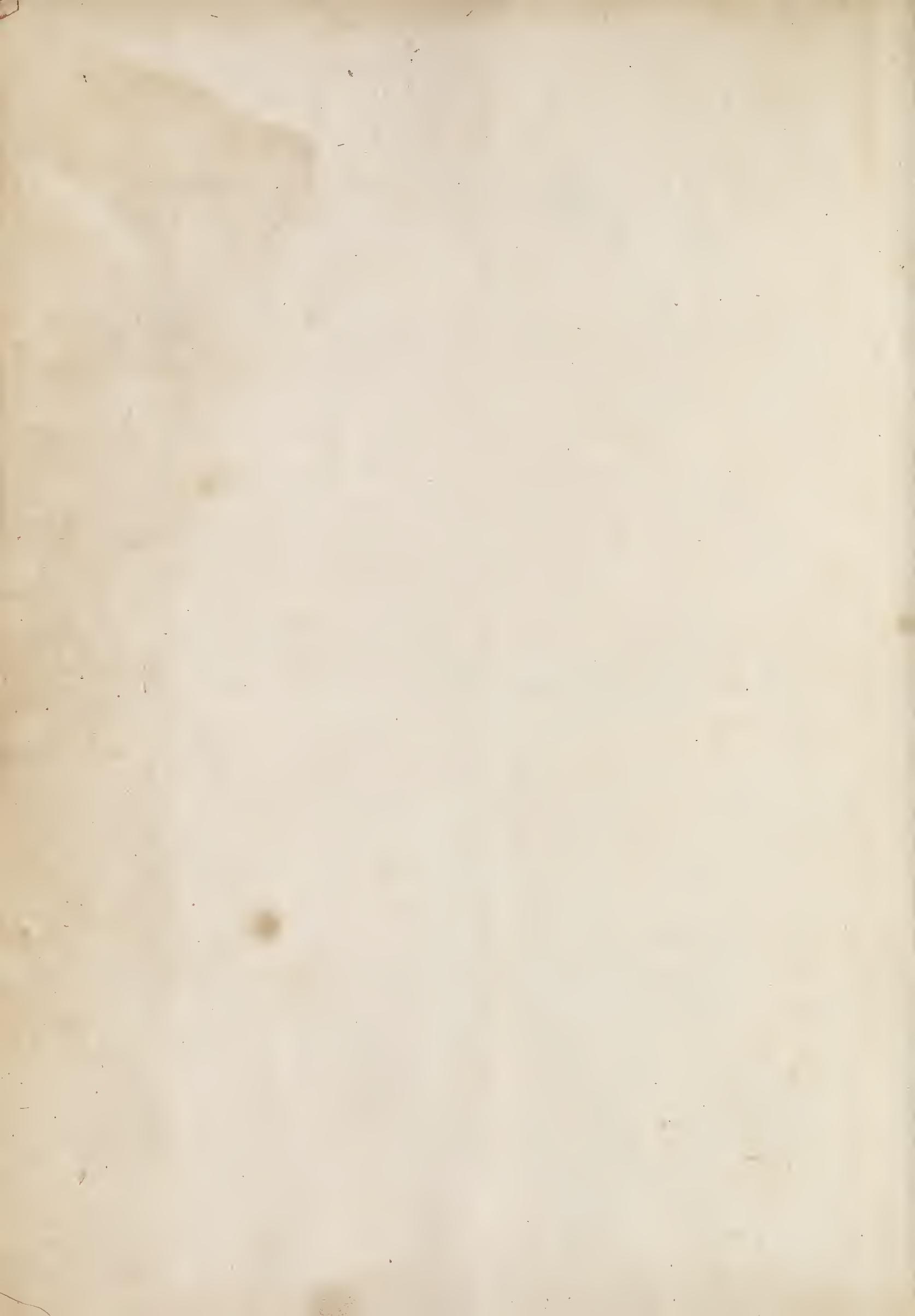
9.

10.

11.

70 66





SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 00331182 6

nmahr MSS227 B
Traite de mecanique



